BIJLAGE A

Bevolking, inkomen per hoofd en procentuele groei van dit laatste voor twaalf streken van de wereld.

Streken	Bevolking in 1957 (miljoenen)	Inkomen per hoofd (1957) in $	Procentuele groei van het inkomen per hoofd, 1950–60
A. Ontwikkelde 'kapitalistische' landen			
A 1 N.-Amerika en Austr.	200	1993	1,5
A 2 E.E.G.	166	911	4,7
A 3 Overig Europa	86	1123	2,6
A 4 Andere landen	107	425	7,5
B. Europese 'communistische' landen			
B 1 Sovjet-Unie	200	605	8,7
B 2 Overig O.-Europa	114	508	7,5
C. Ontwikkelingslanden			
C 1 'Communistisch' Azië	666	102	8,6
C 2 Afrika	172	143	1,6
C 3 Overig Azië	733	147	1,7
C 4 Latijns Amerika	185	312	1,4
C 5 Petroleum landen	39	320	3,9
C 6 Landen om de Middell. Zee	138	355	1,3

Bron: E. S. Kirschen, 'Vers un modèle prévisionnel mégisto-économique'. Cahiers Econ. de Bruxelles, 1962, No. 16, p. 471.

BIJLAGE B

Afhankelijkheid tussen produktie (netto-toegevoegde waarde) per hoofd in grote sectoren en (1) inkomen per hoofd en (2) grootte der bevolking, uitgedrukt in elasticiteiten van de produktie t.o.v. (1) en (2).

Sector		Elasticiteit t.o.v. (1)	Elasticiteit t.o.v. (2)
I	Primaire produktie	0.49	— 0,09
	a. landbouw	0,47	— 0,08
	b. mijnbouw	0,94	0,13
II	Industrie	1,36	0,05
	a. fabrieksnijverheid	1,44	0,20
	b. bouwbedrijf	1,15	— 0,06
III	Verkeer en verbindingen	1,29	— 0,05
IV	Andere diensten	1,07	0,01

Bron: H. B. Chenery, 'Patterns of Industrial Growth' The Amer. Econ. Review L (1960), p. 624, in het bijzonder p. 634.

BIJLAGE C

Afhankelijkheid tussen produktie (netto-toegevoegde waarde) per hoofd van bepaalde industrietakken en (1) inkomen per hoofd en (2) omvang van de bevolking, uitgedrukt in elasticiteiten van de produktie t.o.v. (1) en (2).

Sectoren	Elasticiteit t.o.v. (1)	Elasticiteit t.o.v. (2)
Voedsel en dranken	1,13	0,00
Tabakswaren	0,93	0,23
Textielgoederen	1,44	0,40
Kleding	1,69	0,07
Houtbewerking	1,77	0,08
Papier	2,69	0,52
Drukkerijen	1,70	0,18
Lederverwerking	1,64	0,03
Rubber	2,00	0,44
Chemische produkten	1,66	0,26
Petroleumprodukten	2,22	1,04
Mineralen, geen met.	1,62	0,16
Metalen enz.	2,14	0,42
Machinefabr. enz.	2,80	0,32
Transportmiddelen	2,33	0,26
Industrie, totaal	1,62	0,09
Industrie, totaal *)	1,44	0,20

Bron: H. B. Chenery, 'Patterns of Industrial Growth'. The Amer Econ Review L (1960), p. 624, in het bijzonder p. 633

*) Zonder India, Pakistan en Ceylon.

BIJLAGE D

Enige verdere gegevens over marginale kapitaalcoëfficiënten voor gehele landen voor recente perioden van 5 à 10 jaar.

Noorwegen	9,8	Columbia	3,7
Denemarken	7,3	Ecuador	2,3
Verenigd Koninkrijk	6,5	Thailand	2,8
België	5,0	Brazilië	2,3
Verenigde Staten	5,0	India	2,2
Frankrijk	4,0	Chili	4,2
Italië	3,6	Argentinië	15,0
Duitsland (B.R.)	2,8	Algerië	2,5
Portugal	4,0	Jamaica	2,9
Oostenrijk	3,8	Korea	2,6
Venezuela	2,1	Nicaragua	3,5
Turkije	3,0	Nigeria	2,8
Griekenland	2,2		
Philippijnen	1,0		
Burma	3,0		

Bron: Werner Baer and Isaac Kerstenetzky, 'Import Substitution and Industrialization in Brazil', Amer. Econ. Rev. LIV (1964, Papers and Proceedings) p. 411; het cijfer voor Turkije is gecorrigeerd door de schrijver van dit boek.

BIJLAGE E

Enige verdere gegevens over kapitaalcoëfficiënten voor verschillende sectoren in India.

Bouwbedrijf, stedelijk	0,14
Electrotechn. kapitaalgoederen	0,65
Verkeersmiddelen	0,70
Niet-electrotechn. kapitaalgoederen	1,00
IJzer en staal	2,35
IJzererts	3,30
Cement	2,30
Andere metalen	3,00
Andere mineralen	1,65
Plantages	0,90
Leder en lederverwerking	0,35
Veeteelt en visserij	1,50
Voedingsmiddelenindustrie	0,38
Graanproduktie	1,50
Katoenen en andere textielgoederen	0,73
Jute weefsels	0,63
Overige landbouw	1,50
Kunstmeststoffen	1,50
Glas-, hout- en niet-metalen minerale prod.	0,65
Bosprodukten	1,50
Gemotoriseerd vervoer	1,50
Petroleumprodukten	0,50
Ruwe olie	6,87
Rubberprodukten	0,50
Synthetische rubber	1,84
Chemische produkten	1,04
Spoorwegen	2,30
Thermische electriciteit	5,75
Hydro-electriciteit	2,00
Steenkool	2,00

Bron: Allen S. Manne, A Consistency Model of India's Fourth Plan. Studies in the Structure of the Indian Economy. Report Number 1. MIT Center for International Studies, 1964, Table X-3 a.

BIJLAGE F

Een voorbeeld van het gebruik van lineaire programmering in de middenfaze.

Om de lezer een denkbeeld te geven van de aard van de vraagstukken die in de middenfaze moeten worden opgelost, wordt in deze bijlage een uiterst eenvoudig voorbeeld daarvan gegeven dat haast meer aan een kruiswoordraadsel dan aan een werkelijk probleem van planopstelling doet denken. Wij nemen aan dat er slechts 3 regionen en 5 sectoren zijn. De eerste zullen door bovenindices aan de achterkant worden aangegeven, geplaatst bij de symbolen die de te bespreken economische grootheden aanduiden. Zo betekent $^{3}y^{1}$ de bijdrage tot het nationale inkomen die wordt geleverd door sector 1 in streek 3. Wij kunnen zeggen dat het planvraagstuk bestaat uit het vaststellen van alle getallen van het volgende overzicht:

		Streken		
		1	2	3
	1	$^{1}y^{1}$	$^{2}y^{1}$	$^{3}y^{1}$
Sec-	2	$^{1}y^{2}$	$^{2}y^{2}$	$^{3}y^{2}$
to-	3	$^{1}y^{3}$	$^{2}y^{3}$	$^{3}y^{3}$
ren	4	$^{1}y^{4}$	$^{2}y^{4}$	$^{3}y^{4}$
	5	$^{1}y^{5}$	$^{2}y^{5}$	$^{3}y^{5}$

Al deze y's stellen toenemingen t.o.v. de uitgangssituatie voor, omdat het bij de planning om die toenemingen gaat.

Om zoveel mogelijk van de reeds besproken trekken van het probleem in dit eenvoudige voorbeeld tot hun recht te doen komen nemen wij aan dat de sectoren de volgende kenmerken hebben. Sector 1 vertegenwoordigt alle regionale activiteiten. Sectoren 2 en 3 zijn 'andere' nationale sectoren en daarbij is sector 2 in elk der drie streken mogelijk, terwijl sector 3 alleen in de streek 1 kan worden beoefend (bv. havenactiviteit of centrale regeringsdiensten). De sectoren 4 en 5 zijn internationaal; wederom nemen wij aan dat sector 4 in elk der drie streken kan bestaan, terwijl wij aannemen dat sector 5 alleen in streek 2 mogelijk is.

De produktiewetten zullen wij eenvoudiger kiezen dan in de input-output-methode het geval is; wij nemen aan dat de toeneming van de omvang van de regionale sectoren alleen afhankelijk is van de toeneming van het inkomen van de streek waarin zij gevestigd zijn. Van de

toeneming van de totale omvang van de nationale sectoren nemen wij aan dat zij afhankelijk is van de toeneming van het nationale inkomen. In een eerste getallenvoorbeeld, dat ook ten grondslag ligt aan illustratie 29, nemen wij de volgende waarden aan:

$$^{1}y^{1} = 0.2\ ^{1}y; \quad ^{2}y^{1} = 0.2\ ^{2}y; \quad ^{3}y^{1} = 0.3\ ^{3}y,$$

waarbij ^{1}y, ^{2}y en ^{3}y de inkomenstoenemingen van de streken 1, 2 en 3 voorstellen. Verder nemen wij aan dat voor sector 2 geldt:

$$^{1}y^{2} + {}^{2}y^{2} + {}^{3}y^{2} = 0.5\ y,$$

waarbij y de toeneming van het gehele nationale inkomen is; dus

$$y = {}^{1}y + {}^{2}y + {}^{3}y.$$

Tenslotte nemen wij voor sector 3 aan:

$$^{1}y^{3} = 0.1\ y.$$

Hier verschijnen de $^{2}y^{3}$ en $^{3}y^{3}$ niet, omdat in de streken 2 en 3 de sector 3 niet kan bestaan. De bepaling van de getallenwaarden van de genoemde coëfficiënten en van de streken waarin bepaalde sectoren niet kunnen voorkomen is technisch werk dat al of niet in overleg met de betrokken bedrijfstakken kan geschieden.

Wij zullen het probleem van de planopstelling nu aldus stellen dat de inkomensdoelen voor elk der streken eerst worden vastgesteld, wellicht in een overleg tussen regering en streekbesturen. In illustratie 29 vindt men onder 1 het tableau van de inkomenstoenemingen herhaald, dat wij hierboven reeds vermeldden. Onder 2, de tweede stap van de planopstelling, zijn de inkomensdoelen gekozen; elke streek moet een stijging van 1 bereiken, het gehele land dus van 3. Onder no. 3 zijn alle technische gegevens, zojuist besproken, ingevuld en is bovendien tot uitdrukking gebracht dat voor de 2e sector alleen het totaal der inkomenstoenemingen in verband moet staan met de totale toeneming van het nationale inkomen. Daaraan is nog een economisch gegeven toegevoegd dat verondersteld wordt in de sectorenanalyse te zijn gevonden, nl. dat sector 4 voor het land minder aantrekkelijk is dan sector 5 en daarom sector 4 nergens wordt uitgebreid (Geval A).

Men kan de verdeling van sector 2 over de streken dus nog zo kiezen dat de doelen worden verwerkelijkt. Bovendien moet dan de som van de vertikaal onder elkaar staande sectorinkomens gelijk worden aan het in de eerste regel gegeven streekcijfer. Onder no. 4 zijn de berekeningen uitgevoerd die in eerste instantie volgen uit de ge-

geven wiskundige structuur van het vraagstuk. Onder 5, 6 en 7 volgen dan de overige stappen. Het hier gekozen geval A is zó eenvoudig, dat het reeds opgelost is wanneer men alleen maar rekening houdt met de reeds genoemde voorwaarden of restricties. Er is, zoals dat ook wel wordt uitgedrukt, geen enkele vrijheidsgraad meer. Dit komt vooral door het groot aantal nullen dat op technische en economische gronden is aangenomen en onder stap no. 3 is ingevoerd.

Dit zal niet zo vaak het geval zijn; dit eerste geval, in illustratie 29 tot uitdrukking gebracht, is dan ook slechts bedoeld als een aanloop tot het vraagstuk van lineaire programmering, dat wij zo dadelijk gaan bespreken. Slechts moge nog worden opgemerkt dat illustratie 29 tevens aanschouwelijk tracht te maken dat de taken en de procedure door de wiskundige structuur van het planprobleem worden bepaald.

Het voorbeeld van lineaire programmering dat wij nu als geval B gaan bespreken onderscheidt zich van geval A doordat wij nu aannemen dat de sectoranalyse heeft uitgewezen dat sector 4 en niet sector 5 moet worden gekozen. Dat betekent inderdaad, omdat sector 4 in alle streken kan worden uitgevoerd, dat wij nu niet bij voorbaat weten in welke streek of streken deze sector moet worden uitgebreid; er zijn daarom 2 onbekenden meer en het aantal restricties blijft hetzelfde, nl. de 4 die wij reeds noemden. Wij kunnen thans de vrijheidsgraden zó gebruiken dat de totale investeringskosten zo klein mogelijk worden.

Van de onbekenden blijven nu over de drie grootheden ${}^1y^2$, ${}^2y^2$ en ${}^3y^2$ van de nationale sector 2 en de drie grootheden van de internationale sector 4 : ${}^1y^4$, ${}^2y^4$ en ${}^3y^4$. Deze moeten voldoen aan de reeds genoemde restricties; wij nemen nu een andere getallenwaarde voor de coëfficiënt 0.5; wij kiezen 0.2. De restricties luiden dan:

$$
\begin{array}{lllll}
{}^1y^2 & & + {}^1y^4 & = 0.5 & (1) \\
 & {}^2y^2 & + {}^2y^4 & = 0.8 & (2) \\
 & {}^3y^2 & + {}^3y^4 & = 0.8 & (3) \\
{}^1y^2 + {}^2y^2 + {}^3y^2 & & & = 0.6 & (4)
\end{array}
$$

Wij kunnen met hulp daarvan vier grootheden uitdrukken in de twee overige; voor deze laatste kiezen wij ${}^1y^4$ en ${}^2y^4$. Men vindt dan dat

$$
\begin{array}{ll}
{}^1y^2 = 0.5 - {}^1y^4 & (1') \\
{}^2y^2 = 0.8 - {}^2y^4 & (2') \\
{}^3y^2 = 0.6 - {}^1y^2 - {}^2y^2 = - 0.7 + {}^1y^4 + {}^2y^4 & (4')
\end{array}
$$

waaruit tenslotte volgt:

$$^{3}y^{4} = 0.8 - {}^{3}y^{2} = 1.5 - {}^{1}y^{4} - {}^{2}y^{4} \qquad (3')$$

Het gaat er nu om, de totale investeringskosten j zo klein mogelijk te maken. Als wij de kapitaalcoëfficiënten van elke bedrijfstak in elke streek aanduiden met de letter x, met dezelfde indices als de bijbehorende y, zullen deze investeringskosten zijn:

$$j = {}^{1}x^{2}\,{}^{1}y^{2} + {}^{2}x^{2}\,{}^{2}y^{2} + {}^{3}x^{2}\,{}^{3}y^{2} + {}^{1}x^{4}\,{}^{1}y^{4} + {}^{2}x^{4}\,{}^{2}y^{4} + {}^{3}x^{4}\,{}^{3}y^{4} \qquad (5)$$

Wij behoeven de investeringskosten voor de reeds vastgelegde takken 1 en 3 niet in acht te nemen, omdat aan hun omvang toch niets kan worden veranderd. Met behulp van de zoëven gevonden uitdrukkingen (1′) – (4′) kunnen wij j nu uitdrukken in de overgebleven onbekenden $^{1}y^{4}$ en $^{2}y^{4}$; wij vinden:

$$j = ({}^{1}x^{4} + {}^{3}x^{2} - {}^{1}x^{2} - {}^{3}x^{4})\,{}^{1}y^{4} + ({}^{2}x^{4} + {}^{3}x^{2} - {}^{2}x^{2} - {}^{3}x^{4})\,{}^{2}y^{4} =$$
$$= P\,{}^{1}y^{4} + Q\,{}^{2}y^{4} \qquad (6)$$

Het zal afhangen van de getallenwaarden van P en Q, welke waarden van $^{1}y^{4}$ en $^{2}y^{4}$ moeten worden gekozen.

Om de aard van het vraagstuk te verduidelijken kunnen wij een grafische voorstelling maken waarin (zie illustratie 13) alle denkbare waarden van $^{1}y^{4}$ en $^{2}y^{4}$ kunnen worden getekend. Van alle denkbare waarden zijn er een groot aantal niet mogelijk; zoals wij nog zullen aantonen is alleen het trapezium binnen de gearceerde oppervlakken mogelijk. Dit komt omdat de getallen van onze onbekenden aan nog meer voorwaarden moeten voldoen dan de reeds genoemde (1) – (4). Het moet ook nog zó zijn, dat geen enkele produktietoeneming negatief is: anders zou er aanvankelijk verkeerd geïnvesteerd zijn. (Eventueel kan men dit deel van de behandelingswijze nog wat subtieler maken en wel begrensd negatieve waarden toelaten als 'correcties' op vroeger gedane investeringen.)

Aan de restricties (1) – (4) moeten daarom nog toegevoegd worden de voorwaarden:

$^{1}y^{2} \geq 0$	of, met (1′):	$^{1}y^{4} \leq 0.5$	(7)
$^{2}y^{2} \geq 0$	of, met (2′):	$^{2}y^{4} \leq 0.8$	(8)
$^{3}y^{2} \geq 0$	of, met (4′):	$^{1}y^{4} + {}^{2}y^{4} \geq 0.7$	(9)
$^{1}y^{4} \geq 0$			(10)
$^{2}y^{4} \geq 0$			(11)
$^{3}y^{4} \geq 0$	of, met (3′):	$^{1}y^{4} + {}^{2}y^{4} \leq 1.5$	(12)

Door elk daarvan worden bepaalde delen van het ${}^1y^4 - {}^2y^4$-vlak 'verboden'; sommige verboden zijn echter niet werkzaam omdat andere reeds meer verbieden. De vier restricties (7), (8), (9) en (10) zijn door arceringen in illustratie 4 weergegeven: gearceerde gebieden zijn verboden. De restricties (11) en (12) zijn dan echter overbodig. Wat overblijft als toegelaten gebied is dan het trapezium waarin de letter T is aangegeven.

Voor iedere waardecombinatie van P en Q in (6) is er nu één punt in T dat de laagste waarde voor j meebrengt. Is bv. P positief en groter dan Q, die ook positief is, dan is het het punt aangeduid met II dat het minimum van j meebrengt. Het eenvoudigste kan dit aannemelijk worden gemaakt door een paar getallenvoorbeelden uit te rekenen. Laat P = 2 en Q = 1 zijn; dan is

$$j = 2\,{}^1y^4 + {}^2y^4 \qquad (13)$$

In het punt II vinden wij dan j = 0 + 0.7 = 0.7.

Zouden wij ${}^1y^4$ en ${}^2y^4$ beide groter nemen dan in II, dan wordt j natuurlijk groter. Laten wij ${}^1y^4$ groter worden, doch ${}^2y^4$ zoveel mogelijk dalen, dan hebben wij nog een kans dat j zou dalen; doch dit blijkt niet het geval te zijn als we binnen T blijven. De sterkst mogelijke daling van ${}^2y^4$ is dan degene die ons langs de ondergrens van T voert. Daar is echter de helling – 1 en dat betekent dat ${}^2y^4$ evenveel afneemt als ${}^1y^4$ toeneemt. Daar in (13) echter de ${}^1y^4$ een coëfficiënt 2 heeft tegen een coëfficiënt 1 voor de ${}^2y^4$, is het resultaat altijd dat j hoger wordt. Punt *II* is dus het punt met de laagste j. Er zijn echter ook andere situaties mogelijk. Deze zijn in de tabel hieronder aangeduid met de Romeinse cijfers I – VI. De daarmee corresponderende minimumpunten voor j zijn in illustratie 13 aangeduid. Als wij ${}^1y^4$ en ${}^2y^4$ eenmaal kennen, kunnen wij met behulp van (1) – (4) ook de andere onbekenden bepalen. Hun waarden zijn in de tabel eveneens opgenomen.

Mogelijke tekens en relatieve grootte van P en Q
en de daarmee overeenkomende oplossingen.

Situatie	P		Q	${}^1y^4$	${}^2y^4$	${}^3y^4$	${}^1y^2$	${}^2y^2$	${}^3y^2$
I	+	<	+	0.5	0.2	0.8	0	0.6	0
II	+	>	+	0	0.7	0.8	0.5	0.1	0
III	+	>	—	0	0.8	0.7	0.5	0	0.1
IV	—	<	+	0.5	0.2	0.8	0	0.6	0
V	—	<	—	0.5	0.8	0.2	0	0	0.6
VI	—	>	—	0.5	0.8	0.2	0	0	0.6

BIJLAGE G

De oorzaken van industrialisatie naar Chenery (in % van de groei boven een proportionele groei).

Sector	Invoer-vervanging	Eindvraag	Interind. leveringen
Groep A. Investeringsgoederen en verwante produkten			
Machines	94	5	1
Transportmiddelen	86	11	3
Metalen	55	6	39
Andere mineralen	31	54	15
Tezamen	72	11	17
Groep B. Andere produktiegoederen			
Papier	85	13	2
Petroleum	98	0	2
Rubber	73	19	8
Chemische produkten	50	— 5	55
Textielgoederen	67	12	21
Tezamen	66	7	27
Groep C. Consumptiegoederen			
Houtprodukten	19	51	30
Kleding	15	13	72
Drukwerk	2	11	87
Lederprodukten	29	16	56
Voedsel en dranken	9	77	14
Tezamen	13	45	42
ALGEMEEN TOTAAL	50	22	28

Bron: H. B. Chenery: 'Patterns of Industrial Growth', Amer. Econ. Rev. L (1960), p. 624, in het bijzonder p. 643.

AANVOER-AFVOER-
(a_{ij} x 10^4 Totalen van rijen e

Coëfficiënten (a_{ij})

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1 Kleding	866			1		22	52				
2 Scheepsbouw					81		97				
3 Lederprodukten	1		3726			2	1	3	78		18
4 Voedingsmiddelenind.				774	315	18	3				
5 Visserij				96							
6 Meelprodukten				963	57	9		11			28
7 Verkeer	36	103	226	150	57	101	206	114	120	184	40
8 N.a.g.-industrie	157	13	58	5			3	552	2		
9 Verkeersmiddelen							111		1036		
10 Rubberprodukten	65	60	148	7	147	1	152	14	578	201	
11 Textielindustrie	5868	144	158	13	811	20	119	443	28	2299	374
12 Machine-industrie	29	1998	2	1			55	35	547	1	4
13 IJzer en staal		2691		135	59		276	250	2366		
14 Minerale prod. (geen met.)		62	10	95	5		23	67	130		
15 Houtbewerking	5	358	10	55	61		104	229	160	15	1
16 Chemische ind.	137	140	36	268	15		53	1051	55	1476	86
17 Drukkerijen en uitgev.	1	1		12			22	23	1		
18 Land- en bosbouw	14		3261	1207	29	8768	28	324			243
19 Mineralen (geen metalen)				4			5	22		13	
20 Petroleumprodukten	4	69	5	8	437		465	35	59	54	
21 Niet-ijzer-metalen	1	75		10	7		80	536	492	1	
22 Ertsen											
23 Steenkoolproducten	1	5	4	6	5		11	15	14		
24 Handel	328	302	338	190	165	347	136	267	460	359	16
25 Papier en produkten	74	14		138	14	20	36	383	26	32	15
26 Electriciteit	33	70	22	49		31	102	57	55	47	4
27 Steenkoolmijnen	9	68	45	101	16	2	586	105	27	121	6
28 Diensten	261	283	189	138	245	98	729	348	282	255	32
29 Petroleum en aardgas							10				
30 Totaal interindustriële leveringen (U_j)	916	646	327	2914	442	6641	1794	399	899	434	887
31 Totale produktie (X_i)	1161	999	397	6583	1749	7035	5180	830	1380	857	1137
32 Invoer (M_i)	12	91	10	198	15	445	0	19	60	1	3
33 Totaal aanbod (Z_i)	1173	1090	407	6781	1764	7480	5180	849	1440	858	1140

)OR JAPAN
:n in 100 milj. yen)

Coëfficiënten (a_{ij})

	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
		25	1		23	3			8				14		11
			1		1										2
	4		167		4										338
			226												34
	1		21	1	123							7			89
9	346	409	172	88	54	114	37	120	89	498	98	297	302	183	71
1		6									22				45
															87
9	48	1	45	28	49	194	30	7	257	2	59	42	28	63	20
7	77	2	40	44	43	33	11	150	23	2		140	4	17	35
11	3	3	5	53	23	6		3	16		2	3	84	156	165
11	204	7	63	4	18	697	100	32	828	180	85	68	189	495	22
31	775	33	73	1	13	24	12	44	17	36		6	27	21	16
21	198	1239	19	1	9	102	16	11	20		42	47	197	102	15
8	372	120	2361	307	683	124	237	93	357	83		266	59	171	215
			18			1	9	3	2		2	87	5	3	176
16	71	4443	581	13	285	176		3	207		33	635	41	344	105
11	596		53				8	1	1			63			2
37	48	2	14	28	14	198	395	48	57	13	4	9	33	34	16
33	45	19	199	22	4	134		2845	235	3		35	312	16	27
55	11		106					1030							
10	80	2	234	20	1	95	2	68		1969	4	3		2	17
93	235	117	268	329	183	161	47	166	171	151	59	193	198	94	211
4	507	18	452	3561	10		27	17		11	131	3665	9		17
93	176	120	198	50	17	88	30	117	259	40	10	146	119	372	45
99	1235	22	293	12		199	41	81	34	4552	5	258	2533	186	24
31	179	231	511	982	193	220	265	173	511	79	1054	255	610	296	708
	6						4995			7					
44	776	1327	3584	568	2159	72	328	1046	98	871	1639	1457	589	469	3433
25	1485	1946	5853	1026	12347	281	524	2082	316	1142	10180	2319	1237	1838	13670
34	5	8	254	9	3840	34	127	76	267	0	0	121	0	176	0
59	1490	1954	6107	1035	16187	316	651	2158	582	1142	10180	2440	1237	2014	13670

BIJLAGE H

Voorbeeld van een aanvoer-afvoer-tabel.

		29	Totale interindustriële vraag 30	Eindvraag Uitvoer 31	Eindvraag Binnenlands 32	Totaal 33	Totale vraag 34	
1	Kleding		194	141	837	979	1173	1
2	Scheepsbouw		64	61	965	1026	1090	2
3	Lederprodukten		192	7	208	215	407	3
4	Voedingsmiddelenind.		1145	115	5521	5636	6781	4
5	Visserij		242	60	1462	1522	1764	5
6	Meelprodukten		971	7	6503	6510	7481	6
7	Verkeer	61	1256	601	3324	3924	5180	7
8	N.a.g.-industrie		172	151	525	677	849	8
9	Verkeersmiddelen		319	48	1073	1121	1140	9
10	Rubberprodukten		482	30	346	376	858	10
11	Textielindustrie		5649	1850	3906	5755	11404	11
12	Machine-industrie	6	1197	223	2216	2439	3636	12
13	IJzer en staal	970	8569	717	2172	2889	11458	13
14	Minerale prod. (geen met.)		457	184	849	1033	1490	14
15	Houtbewerking		678	78	1198	1276	1954	15
16	Chemische ind.		4276	250	1581	1831	6107	16
17	Drukkerijen en uitgev.	16	299	4	732	736	1035	17
18	Land- en bosbouw	106	11902	72	4213	4284	16186	18
19	Mineralen (geen metalen)		164	2	150	152	316	19
20	Petroleumprodukten	84	516	1	134	134	650	20
21	Niet-ijzer-metalen		1444	184	530	714	2158	21
22	Ertsen		571	2	10	12	583	22
23	Steenkoolproducten		963	—	179	180	1143	23
24	Handel	100	2039	429	7713	8141	10179	24
25	Papier en produkten		1957	62	421	483	2440	25
26	Electriciteit	266	728	0	509	509	1237	26
27	Steenkoolmijnen		1959	1	54	55	2014	27
28	Diensten	625	4375	45	9250	9296	13671	28
29	Petroleum en aardgas	1038	274	0	15	15	289	29
30	Tot. interind. leveringen (U_i)	16	53054	5325	56596	61919	114973	
31	Totale produktie (X_i)	49						
32	Invoer (M_i)	240						
33	Totaal aanbod (Z_i)	289						

Bron: H. B. Chenery and P. G. Clark, Interindustry Economics, New York 1959, blz. 216, 217.

BIJLAGE I

Een hypothetisch model van de geografische spreiding van economische activiteiten.

Voor de ruimtelijke ordening is de vraag van fundamenteel belang, welke combinatie van de in een land noodzakelijke bedrijven tot dorpen en steden van verschillende grootte de beste is. Dit vraagstuk is nog nauwelijks onderzocht. Men heeft empirisch vastgesteld dat de verdeling van gehuchten, dorpen, stadjes, steden en wereldsteden over de verschillende grootteklassen vrij regelmatig is. Een verklaring van de gevonden verdeling is nog niet gegeven. Het lijkt waarschijnlijk dat economische krachten hierbij een belangrijke rol spelen, doch dat is niet zeker.

Om een eerste inzicht in deze vraagstukken te verkrijgen is een model opgesteld dat naar het schijnt een minimum aan transportkosten meebrengt, althans onder zekere voorwaarden. De wetenschappelijke rol van dit model kan zijn: (1) als vergelijkingsbasis te dienen met de werkelijkheid; (2) als basis te dienen voor het formuleren van de voorwaarden waaronder inderdaad de transportkosten een minimum zijn en (3) als uitgangspunt te dienen voor het vinden van andere modellen die een optimum brengen onder meer algemene voorwaarden.

Het model is gebaseerd op een aantal onderstellingen. Er zijn H + 1 bedrijfstakken, aangeduid door een index h die loopt van 0 tot H. Met de index 0 wordt de landbouw aangegeven, waarvan wordt verondersteld dat zijn produktie gelijkmatig over het grondgebied van het beschouwde land is verdeeld. Van de overige takken is aangenomen dat zij elk gekenmerkt zijn door een bepaalde grootte van het bedrijf, uitgedrukt in de waarde van het produkt. Zij zijn bovendien gekenmerkt door het aantal bedrijven van die standaardgrootte dat nodig is om aan de vraag te voldoen. Gemakshalve is van buitenlandse handel afgezien. De rangschikking der takken is zodanig dat de waarde h = 1 wordt gegeven aan de tak met het grootste aantal ondernemingen, de waarde h = 2 aan de tak met het dan volgende aantal, enzovoort, terwijl de tak h = H slechts één onderneming nodig heeft. Het inkomen van het land wordt door Y voorgesteld en de vraag naar produkt *h* door $a_h Y$; in de aangenomen evenwichtstoestand is dus

$$a_0 + a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_H = 1.$$

Er zijn evenveel soorten centra – dit is het woord waarmee alle dorpen en steden worden aangeduid – als er takken zijn. Deze kunnen ook door een index h' worden weergegeven, die wij de rang zullen noemen, want zij vormen een hiërarchie. In een centrum met index h' komen alle bedrijfstakken voor met h = 1, 2 ... tot en met h'. De

landbouw wordt als een (oneigenlijk) centrum met h' = 0 beschouwd. Er zijn meestal meer dan een centra van dezelfde soort; alleen is er maar één met h' = H. De samenstelling van de centra is aldus dat alleen de bedrijfstak met de hoogste h-waarde levert aan andere centra; alle andere takken in een centrum leveren alleen voor de lokale markt.

Uit deze veronderstellingen laat zich berekenen hoeveel het inkomen is van elke categorie van centra met gegeven waarde h' en laat zich ook het aantal van die centra berekenen, aannemende dat er evenwicht is in de 'betalingsbalans' van elk centrum.

Een getallenvoorbeeld moge het model toelichten. Nemen wij aan dat Y = 1000 is en dat H = 5; laat verder $a_0 = a_3 = a_4 = a_5 = 0.2$; $a_1 = a_2 = 0.1$ en het aantal bedrijven in elke tak:

$$n_1 = 900;\ n_2 = 200;\ n_3 = 39;\ n_4 = 10;\ n_5 = 1.$$

Dan laat zich berekenen dat:

$N_1 = 200$; $N_2 = 50$; $N_3 = 13$; $N_4 = 5$; $N_5 = 1$ en $Y_0 = 200$; $Y_1 = 22$; $Y_2 = 28$; $Y_3 = 83$; $Y_4 = 167$; $Y_5 = 500$ geven de inkomens aan van iedere categorie van centra.

De samenstelling van elke categorie van centra naar aantal ondernemingen wordt door onderstaand overzicht gegeven.

Bedrijfstak ⟶		1	2	3	4	5	Aantal centra
Rang	1	200	•	•	•	•	200
van	2	25	50	•	•	•	50
de	3	75	17	13	•	•	13
centra	4	150	33	6.5	5	•	5
h'	5	450	100	19.5	5	1	1
Tezamen		900	200	39	10	1	

Uit het voorbeeld blijkt reeds dat niet voldaan is aan de voorwaarde dat er in ieder centrum een geheel aantal ondernemingen van elke soort is. Dit is slechts een enkele van de vele complicaties die nog moeten worden onderzocht. Er zal hier niet verder op worden ingegaan.

BIJLAGE J

Aandeel van de arbeidsinkomens in de netto-toegevoegde waarde voor een aantal bedrijfstakken in Nederland. Dit aandeel kan worden beschouwd als de elasticiteit van de produktie t.o.v. de hoeveelheid arbeid, indien men de produktiefunctie van Cobb-Douglas aanneemt.

Bedrijfs-klassen	Omschrijving	1950	1960
		% v.d. netto toegevoegde waarde tegen faktorkosten	
01/02	Landbouw en bosbouw	21	21
04	Visserij	66	70
11	Steenkolenmijnen	99	90
13/19	Olie- en zoutwinning, veenderijen, delvingen van zand, enz.	36	32
20 a	Voedingsmiddelenindustrie (verwerking van dierlijke prod.)	77	54
20 b	Voedingsmiddelenindustrie (verwerking van overige prod.)	56	54
21/22	Voortbrenging van dranken en tabaksprod.	66	59
23	Textielnijverheid	52	65
24	Schoeisel- en kledingindustrie	60	64
25/26	Hout- en meubelindustrie	68	64
27	Papiernijverheid	58	56
28	Drukkerijen en uitgeversbedrijven	60	65
29/30	Leder- en rubbernijverheid	58	67
31	Chemische nijverheid	44	56
32	Raffinaderijen van petroleum		
33	Verv. van aardewerk, glas, kalk en stenen	72	64
34	Metallurgische industrie	59	55
35/36	Vervaardiging van metaalprod., mach.bouw	72	67
37	Electrotechnische industrie	62	54
38	Transportmiddelenindustrie	70	65
39	Overige industrieën	61	58
40	Bouwnijverheid	72	65
51/52	Electriciteits-, gas-, waterleidingbedrijven	99	63
61	Groothandel	45	46
	Kleinhandel	21	20
62	Banken- en giro-instellingen	43	49
63	Verzekeringswezen	64	59
71/72	Vervoersbedrijven	70	60
73	Communicatiebedrijven	79	88
82	Medische en gezondheidsdiensten	39	42
	Vrije beroepen en niet elders gen. bedrijven	58	55
83	Vermakelijkh.instell. Hotels, café's, rest. e.d.	61	62
84	Overige persoonlijke diensten	64	66
	Collectieve pensioenpremies	76	74

Bron: Centraal Bureau voor de Statistiek.