

**DYNAMISCHE MEERDIMENSIONELE SCHALING:
STATISTIEK OP DE KAART**

Bibliographical Data

Library of Congress Classification (LCC)	5001-6182 : Business 5410-5417.5 : Marketing HA 32 : Data processing QA 276-280 : Mathematical Statistics
Journal of Economic Literature (JEL)	C : Mathematical and Quantitative Methods M : Business Administration and Business Economics C63 : Computational Techniques C42 : Survey Methods
European Business Schools Library Group (EBSLG)	85 A : Business General 280 G : Managing the marketing function 250 D : Statistical analysis

Gemeenschappelijke Onderwerpsontsluiting (GOO)

7Classification GOO	83.03 : Economie, Methoden en technieken 85.00 : Bedrijfskunde, Organisatiekunde: algemeen 85.03 : Methoden en technieken, Operations research 31.73 : Wiskundige statistiek
Keywords GOO	Bedrijfskunde / Bedrijfseconomie, Wiskundige programmering, Redes (vorm), Computational statistics, Data analysis, Kwantitatieve methoden, Multidimensionale schaalmethoden, Multivariate analyse, Statistiek, Visualisatie
Free keywords	Multidimensional scaling, Visualization, Iterative majorization, Interactive MDS, Statistics

Erasmus Research Institute of Management (ERIM)
Erasmus University Rotterdam
Internet: <http://www.erim.eur.nl>

ERIM Inaugural Addresses Research in Management Series

Reference number ERIM: EIA--15-MKT
ISBN 90 – 5892 – 035 - 6

© 2003, Patrick J.F. Groenen

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording, or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the author(s).

Samenvatting

Er is een steeds sterkere tendens om onderzoeksgegevens te visualiseren in plaats van in tabellen weer te geven. Een belangrijk voordeel van visualisatie is dat de resultaten vaak direct duidelijk en eenvoudig te interpreteren zijn. Zo kan met behulp van meerdimensionele schaling de samenhang tussen rendementen van indexen van aandelenmarkten gerepresenteerd worden door een kaart waaruit blijkt welke beurzen nauw aan elkaar gerelateerd zijn en welke niet. In deze rede wordt dynamische visualisatie als nieuw element toegevoegd aan dit soort kaarten. Er worden toepassingen besproken van het interactief construeren van zo'n kaart, bewegende kaarten van verandering van samenhang tussen aandelenmarkten in de tijd, en interactieve constructie van een kaart van de politieke partijen in Nederland. De combinatie van visualisatie met interactie en dynamiek maakt het mogelijk om op eenvoudiger wijze inzicht te krijgen in gecompliceerde gegevens dan met statische visualisatie alleen.

Abstract

Nowadays there is an increasing tendency of visualizing data in favor of tables. An important advantage is that results can be derived more easily and interpretation is more direct. For example, the correlations of returns of stock market indices can be mapped by multidimensional scaling, separating closely related markets from less related markets. In this inaugural address, dynamic visualization is added as a new element to such maps. We discuss applications of this idea in interactively constructing a map, modeling changing correlations over time of stock exchanges by dynamic maps, and interactive construction of a map of the Dutch political parties. Combining visualization with interaction and dynamics provides an easier way to gain insight in complex data than using static visualization.

**DYNAMISCHE MEERDIMENSIONELE SCHALING:
STATISTIEK OP DE KAART**

Rede, in verkorte vorm uitgesproken op vrijdag 14 februari 2003
bij de aanvaarding van het ambt van hoogleraar
aan de Faculteit der Economische Wetenschappen
van de Erasmus Universiteit Rotterdam
met als leeropdracht Statistiek.

Prof. dr. Patrick J.F. Groenen

Erasmus Universiteit Rotterdam
Econometrisch Instituut
Faculteit der Economische Wetenschappen
Postbus 1738
3000 DR Rotterdam
groenen@few.eur.nl

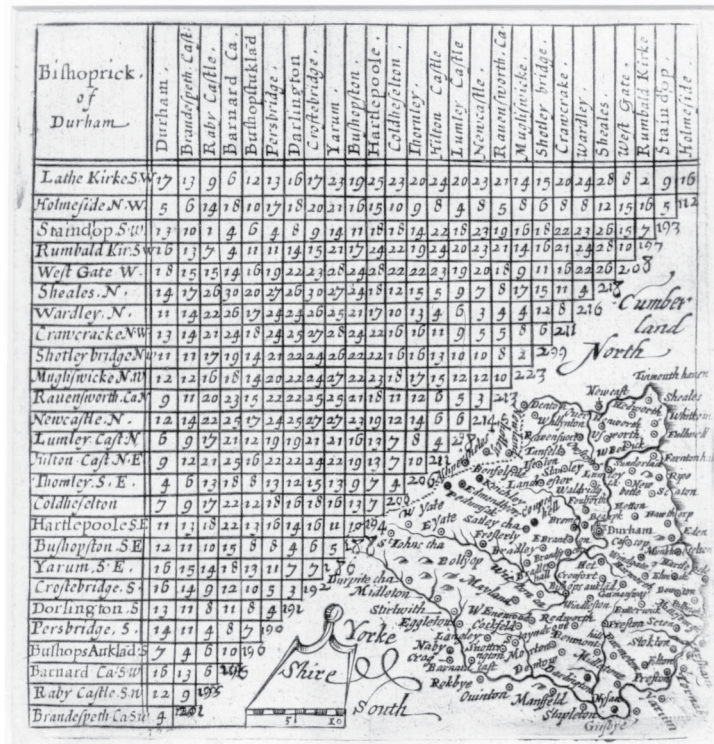
*Mijnheer de Rector Magnificus,
Geacht College van Decanen,
Geachte collega's,
Zeer gewaardeerde toehoorders,*

Toen ik vanmorgen opstond volgde ik mijn gewone ochtendritueel. Ik heb mijn dochtertje naar school gebracht en ben daarna naar mijn werk gegaan. Zoals u ziet ben ik op tijd van mijn werkkamer naar de Aula gekomen. Zonder problemen weet ik mijn weg van huis naar de school van mijn dochter te vinden, kom ik van huis naar mijn werk, of loop ik van mijn werkkamer naar de Aula om voor u deze rede uit te spreken. Om mijn weg te vinden, heb ik gebruikgemaakt van een kaart die in mijn hoofd zit. Als ik de weg niet weet, dan gebruik ik een gedrukte kaart, zoals u wellicht ook heeft moeten doen vandaag op uw weg hiernaartoe. Deze gedrukte of ongedrukte kaarten stellen ons in staat om onze weg te vinden en te gaan en staan waar we willen. Bovendien geeft zo'n kaart ons nog meer informatie. Ik weet dat het mij van mijn werkkamer naar de Aula niet meer dan vijf minuten zal kosten. De conclusie is dat een kaart voor ons niet alleen een *handig* hulpmiddel is om onze omgeving te structureren, maar dat het ook een zeer *natuurlijk* hulpmiddel is om dat te doen.

Vandaag wil ik het met u hebben over het gebruik van kaarten in de statistiek. Uit het voorgaande mag het duidelijk zijn dat kaarten op een gemakkelijke manier informatie kunnen overbrengen. Een belangrijke reden hiervoor is dat mensen visueel ingesteld zijn. Daarom is er in de statistiek meer en meer aandacht voor grafische representatie van de resultaten. In 1983 al meldde Tufte dat er elk jaar tussen de negenhonderd miljard en twee biljoen statistische afbeeldingen gedrukt worden, en dat zullen er inmiddels alleen maar meer zijn geworden. De mogelijkheid om statistische afbeeldingen te maken is in de laatste twintig jaar toegenomen door de sterk verbeterde rekenkracht en grafische mogelijkheden van computers. De gevolgen voor de statistiek zijn door Hastie, Tibshirani en Friedman (2001) in hun recente boek als volgt omschreven:

“With the advent of computers and the information age, statistical problems have exploded both in size and complexity. Challenges in the area of data storage, organization, and searching have led to the new field of ‘data-mining’ [...] Vast amounts of data are being generated in many fields, and the statistician’s job is to make sense of it all: to extract important patterns and trends, and understand ‘what the data says’.”

Om inderdaad te begrijpen wat de data je vertellen, zal ik in deze oratie gebruikmaken van statistische kaarten. Het maken van kaarten kan op verschillende manieren gebeuren, maar hier maken we gebruik van een techniek

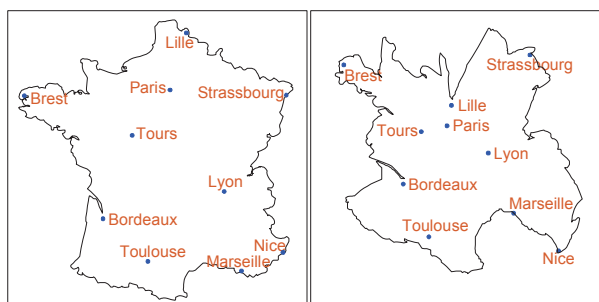


Figuur 1 Een afstandstabel met bijbehorende kaart van het graafschap van Durham uit 1635 door Jacob van Langren.

die in het Engels multidimensional scaling genoemd wordt en in het Nederlands meerdimensionele schaling (beide kunnen worden afgekort als MDS). Ik zal laten zien dat MDS-kaarten gemakkelijk en intuïtief te interpreteren zijn en dat de sterk verbeterde rekenkracht van computers te gebruiken is om een nieuw aspect toe te voegen aan MDS: animatie. Dynamische vormen van MDS kunnen niet alleen gebruikt worden om gegevens te analyseren, maar ook om juist op ideeën te komen. Aan het einde van deze rede zal ik enkele onderwerpen bespreken die ik van belang acht voor mijn onderzoek en onderwijs.

Meerdimensionele schaling

Om te zien wat MDS precies doet, wil ik eerst bijna vierhonderd jaar met u teruggaan in de tijd. In Figuur 1 ziet u een tabel met afstanden en een kaart. Deze kaart dateert van 1635 en beschrijft het graafschap van Durham, dat ten zuiden van het huidige Newcastle in Engeland ligt. De afstandstabel geeft de afstanden in



Figuur 2 Geografische kaart van Frankrijk (links) en een MDS-kaart van Frankrijk gebaseerd op reistijden per trein.

mijlen tussen de belangrijkste plaatsen in het graafschap weer. De dorpen in de rijen zijn dezelfde als die in de kolommen (met uitzondering van de eerste rij en kolom), zij het in omgekeerde volgorde. Als u goed kijkt, dan ziet u waarden op de diagonaal van linksonder naar rechtsboven staan. Dat is enigszins verwonderlijk, omdat de afstand van een plaats tot zichzelf per definitie nul is. In plaats hiervan heeft de maker van deze kaart, de Nederlander Jacob van Langren, op de diagonaal de afstand tot Londen gezet. Overigens bestaat er van deze kleine kaarten een hele serie getiteld "A Direction for the English Traveller", uitgegeven in 1643 door Thomas Jenner in Londen.

De afstandstabel in deze figuur is waarschijnlijk afgeleid van de kaart. MDS doet nu precies het omgekeerde: MDS maakt van een tabel met afstanden een kaart. De essentie van MDS is het volgende: construeer een kaart van een tabel zodanig dat de afstanden tussen de punten zo goed mogelijk overeenkomen met de waarden in de tabel. Hiermee heeft u de kern te pakken van MDS.

De gegevens in de tabel mogen afstanden zijn, zoals in de kaart van Durham, maar dat hoeft niet. Zo ziet u in Figuur 2 het resultaat van de kaart van Frankrijk als reistijden met de trein gebruikt worden. Deze kaart wijkt af van de geografische kaart van Frankrijk omdat sommige steden sneller bereikbaar zijn vanwege de hogesnelheidstrein. Zo zien we bijvoorbeeld dat Lille erg dicht bij Parijs ligt omdat de reistijd iets meer is dan een uur. Om een MDS-kaart te maken hoeven we niet een tabel met echte afstanden te hebben, maar reistijden mogen ook, of een andere tabel met waarden die aangeven hoe verschillend twee punten zijn. Het grote voordeel van een MDS-kaart is dat die op een eenvoudige en natuurlijke manier te interpreteren is: twee punten die dicht bij elkaar liggen, lijken op elkaar, en twee punten die ver van elkaar liggen, lijken juist niet op elkaar.

Ik wil met u kort teruggaan naar de ontwikkeling van MDS. Zo'n 45 jaar geleden werd een van de eerste systematische vormen van MDS door Torgerson (1958) en Gower (1966) voorgesteld. Onafhankelijk daarvan heeft Teun Kloek bij het Econometrisch Instituut in dezelfde tijd al aandacht gehad voor deze vorm van

Tabel 1 Correlaties tussen de rendementen van dertien internationale indexen van aandelenmarkten in de periode van 2 januari 1995 tot en met 31 december 1997. Correlaties kleiner dan .10 zijn blauw gedrukt, tussen .10 en .50 zwart, tussen .50 en .90 groen en boven .90 rood.

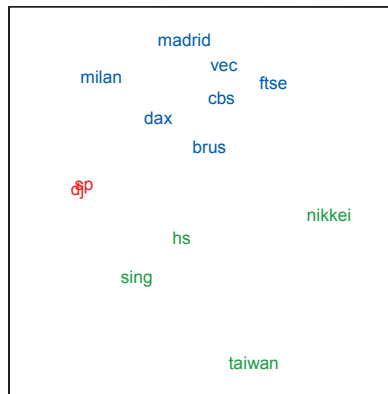
	brus	cbs	dax	dj	ftse	hsmadrid	milan	nikkei	sing	sp	taiwan	vec	
brus	1.00												
cbs	.62	1.00											
dax	.64	.69	1.00										
dj	.43	.39	.51	1.00									
ftse	.52	.69	.54	.28	1.00								
hs	.43	.40	.50	.43	.35	1.00							
madrid	.51	.61	.57	.32	.59	.33	1.00						
milan	.49	.50	.60	.38	.41	.37	.47	1.00					
nikkei	.25	.28	.29	.28	.24	.33	.24	.23	1.00				
sing	.34	.26	.36	.42	.25	.67	.26	.29	.29	1.00			
sp	.45	.42	.53	.95	.30	.44	.34	.40	.29	.42	1.00		
taiwan	.04	.05	.07	.14	.03	.15	.05	.07	.10	.19	.14	1.00	
vec	.52	.71	.62	.38	.63	.37	.61	.45	.25	.27	.41	.04	1.00

MDS (Kloek en Theil, 1965). Een belangrijke doorbraak kwam van Kruskal (1964a, 1964b), die een sterke impuls gegeven heeft aan de ontwikkeling van MDS. Nadien heeft MDS zich op diverse terreinen ontwikkeld, maar wat betreft de ontwikkeling van MDS-algoritmen wil ik hier de belangrijke bijdragen noemen van De Leeuw (1977) en De Leeuw en Heiser (1977, 1980). Op het onderliggende algoritme kom ik later terug.

Interactive MDS van aandelenmarkten

Laten we naar een voorbeeld kijken van aandelenmarkten. Tegenwoordig is het gemakkelijk geworden om op verschillende internationale beurzen te handelen. Een belegger staat daarmee voor de keuze hoe hij zijn investeringen verstandig kan spreiden over de aandelenmarkten. Spreiding heeft alleen zin als verschillende beurzen verschillende patronen vertonen over de tijd; anders maakt het niet uit op welke beurs je belegt. Daarom zou je als belegger gemakkelijk willen kunnen zien welke beurzen dezelfde trends vertonen en welke dat juist niet doen. Laten we kijken naar de samenhang tussen de rendementen¹ van dertien internationale aandelenmarkten over de periode van 2 januari 1995 tot en met 31 december 1997.

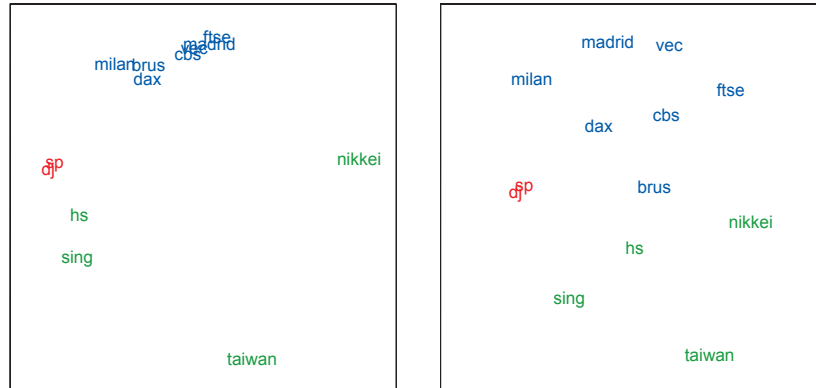
¹ Het rendement op tijdstip t van index i is geoperationaliseerd als het verschil van de logaritmen van de sluitingswaarde op twee opeenvolgende dagen. Als een index op twee opeenvolgende dagen sterk stijgt, dan zal het rendement positief zijn, als de index daalt, dan is het rendement negatief. De samenhang tussen de rendementen van twee indexen over de periode van drie jaar wordt berekend door de correlatie tussen de rendementen te nemen, zie Tabel 1.



Figuur 3 MDS-kaart van de correlaties tussen de rendementen van dertien internationale aandelenmarkten verkregen met Interactive MDS. De Aziatische indexen zijn groen, de Europese blauw en de Amerikaanse rood.

Een MDS-kaart kan deze gegevens op een gemakkelijke wijze weergeven. Ik zal hier een interactieve vorm van MDS introduceren, waarin ik op een interactieve manier de constructie van de MDS-kaart kan beïnvloeden. We zien dat de punten convergeren naar de oplossing in Figuur 3. Opvallend is dat de Dow-Jonesindex en de Standard & Poor's-index bijna op elkaar liggen. Dat betekent dat de samenhang tussen de rendementen erg groot is. Dat is ook niet zo verwonderlijk omdat beide indexen gebaseerd zijn op de beurs van New York. Verder zien we dat de Europese beurzen vrij dicht bij elkaar liggen, hetgeen betekent dat de rendementen onderling vrij sterk samenhangen. De meeste Aziatische beurzen liggen op redelijke afstand van de Europese of Amerikaanse beurzen. Dit betekent dat er minder onderlinge samenhang is tussen de rendementen. Taiwan is een buitenbeentje: het ligt het verst van alle andere beurzen. Er is dus maar weinig samenhang met de andere beurzen. Kijkend op de MDS-kaart kan de belegger bijvoorbeeld zien dat de rendementen op de beurzen van Singapore en Hong Kong behoorlijk samenhangen, terwijl de beurs van Madrid bijvoorbeeld maar weinig samenhang vertoont met Singapore. Een belegger die zijn risico wil spreiden, belegt in beurzen die ver van elkaar liggen in Figuur 3.

Om te zien hoe sterk een punt aan zijn positie gebonden is, verplaatsen we het punt. We zien met Interactive MDS hoe snel het punt wordt teruggetrokken naar zijn oorspronkelijke positie, hetgeen een aanwijzing is over de stabiliteit van het punt. Interactive MDS laat zien dat de MDS-kaart een heel stelsel is van elkaar aantrekkende en afstotende magneten. Het stelsel blijft bewegen totdat een stabiele toestand is ontstaan.



Figuur 4 MDS-kaarten verkregen met Interactive MDS, waarbij de nadruk ligt op de grote verschillen (links) of juist op de details (rechts) van de data door weging.

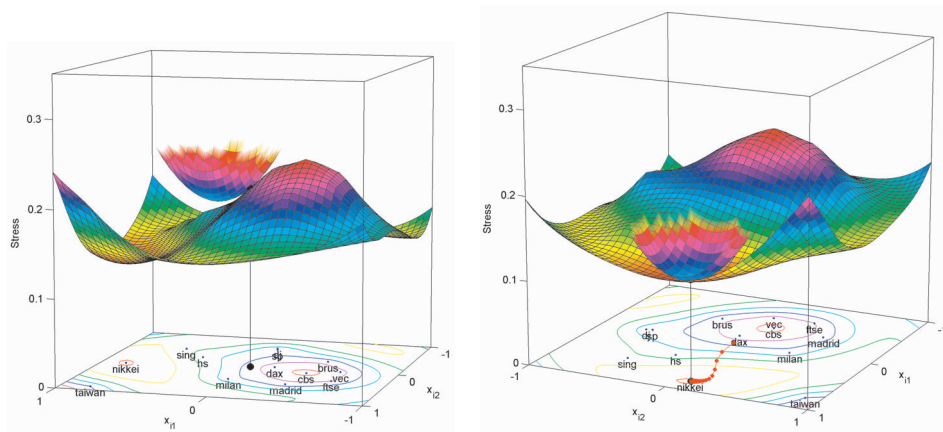
Met Interactive MDS kunnen we op een gemakkelijke wijze ervoor zorgen dat juist de grote verschillen benadrukt worden in de MDS-kaart en er minder aandacht is voor het detail. Het linkerpaneel van Figuur 4 laat zien dat er dan een duidelijke clustering optreedt van de Europese beurzen. We kunnen daarentegen ook juist op zoek gaan naar het detail, waarbij de grote verschillen niet zo goed weergegeven hoeven te worden. De bijbehorende oplossing (rechterpaneel van Figuur 4) lijkt veel op de oorspronkelijke oplossing uit Figuur 3.

Ik wil nu met u een kijkje nemen onder de motorkap van Interactive MDS. Hoe komt het dat Interactive MDS² een goede oplossing vindt? Aan de onderliggende rekenmethode zal ik wat extra aandacht schenken.

Iteratieve majorisatie

De kwaliteit van de oplossing kan worden uitgedrukt in een waarde die Stress genoemd wordt. Het doel is om een MDS-kaart te vinden van hoge kwaliteit, dat wil zeggen met de laagste Stress. Laten we kijken naar Figuur 5 (linkerpaneel), waar in het grondvlak een MDS-kaart staat. Stel nu dat we de positie van alle punten al weten, maar nog niet die van de Nikkei-index. In principe kunnen we dan het punt van de Nikkei-index overall in het vlak neerleggen en voor elke positie de Stress bepalen, die aangeeft hoe goed die oplossing zou zijn als het punt

² Het aspect van interactie bij exploratieve data-analyse en MDS is onder meer benadrukt door Andreas Buja in zijn XGobi- en XGVis-software (Buja en Swayne, 2002), door McFarlane en Young (1994) in hun Vista-MDS-software en in het I-MDS-project van Pieter Jan Stappers van de TU Delft.



Figuur 5 Oppervlakte van de Stress-functie voor een MDS-kaart van de rendementen, waarbij alleen de positie van de Nikkei-index mag variëren. De majorisatiefunctie is de parabool. In het linkerpaneel raakt de majorisatiefunctie de Stress-functie voor de coördinaten $(0, 0)$, in het rechterpaneel raken de functies elkaar in de eindcoördinaten van de Nikkei-index. De rode punten in het rechterpaneel tonen het traject naar het eindpunt van de Nikkei-index.

voor de Nikkei-index precies daar neergelegd zou worden. Hiermee krijgen we een landschap van Stress-waarden, een Stress-landschap. Het laagste punt van dit landschap geeft de beste positie weer voor het punt van de Nikkei-index.

Stelt u zich eens voor dat u in het donker in dit landschap staat. Uw taak is om het laagste punt te vinden in dit landschap. Hoe zou u dat doen? Kunt u in het donker garanderen dat u nooit een stap omhoog doet? De methode van *iteratieve majorisatie*, die we gebruiken voor Interactive MDS,³ kan dat wel. Hoe gaat dat in zijn werk?

Allereerst moet een startpunt gekozen worden en hier kiezen we daarvoor de oorsprong. Vervolgens maakt iteratieve majorisatie gebruik van een kom, een kwadratische functie. Deze kom raakt het landschap precies bij dit startpunt, maar ligt verder boven het landschap. Dat is een belangrijke eigenschap voor iteratieve majorisatie. Via de kom glijden we af naar een lager punt in het landschap. Dan verplaatsen we de kom, zodat de kom het landschap raakt in dit nieuwe punt, en doen de bovenstaande procedure opnieuw. We blijven hiermee doorgaan totdat het

³ Deze methode is voor het eerst door Weiszfeld (1937) gebruikt in de locatietheorie. Voor MDS is deze methode voorgesteld door De Leeuw (1977) en De Leeuw en Heiser (1977). Voor een zogenaamde zoekmethode langs een lijn is die genoemd door Ortega en Rheinboldt (1970). Voss en Eckhardt (1980) hebben de methode van Weiszfeld gegeneraliseerd. Inmiddels zijn er diverse overzichtsartikelen verschenen (De Leeuw, 1993; Heiser, 1995; Lange, Hunter en Yang, 2000; Kiers, 2002; zie ook Borg en Groenen, 1997, voor een introductie).

punt praktisch niet meer van plaats verandert. De reeks rode punten laat de steeds verbeterende posities zien van het punt van de Nikkei-index. Inderdaad stopt iteratieve majorisatie op het laagste punt van het landschap. Zo weet iteratieve majorisatie in het donker een punt te vinden waar er in de buurt geen verbetering meer mogelijk is. Kortom, iteratieve majorisatie kan gezien worden als het afglijden naar een laag punt in het landschap met behulp van zich verplaatsende kommen.

Recente samenwerking met Hans Frenk en Ilker Birbil van het Econometrisch Instituut heeft enkele interessante nieuwe inzichten opgeleverd. Een daarvan is dat voor praktisch gebruik van iteratieve majorisatie uitsluitend kwadratische functies in aanmerking komen. Ook kunnen we een bovengrens afleiden voor het maximumaantal stappen. Ten slotte blijkt dat iteratieve majorisatie onder de naam ‘Generalized Weiszfeld’s Method’ bestudeerd is door Voss en Eckhardt (1980). Zij hebben zich weer gebaseerd op een artikel van Weiszfeld (1937) dat erg populair is in de locatietheorie.

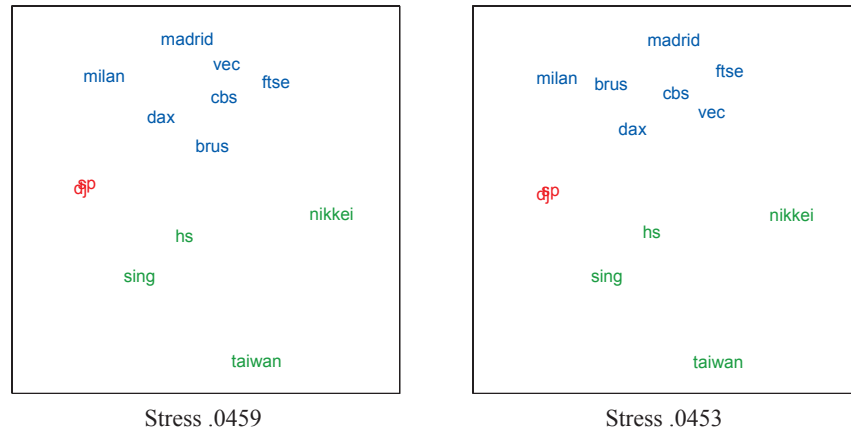
Lokale minima

We weten nu dat iteratieve majorisatie een goede MDS-oplossing kan vinden. Maar hoe goed is goed? Iteratieve majorisatie zorgt ervoor dat de kom afdaalt tot in een dal, maar dat wil niet zeggen dat de gevonden oplossing zich bevindt op het allerlaagste punt van het laagste dal in het landschap. In de numerieke optimalisatie wordt dan gezegd dat iteratieve majorisatie naar een lokaal minimum leidt, maar niet per se naar een globaal minimum.

Er zijn verschillende oplossingen mogelijk bij MDS. Een daarvan is om iteratieve majorisatie te starten vanaf willekeurige oplossingen, de zogenaamde random-startbenadering. Een nadeel van deze benadering is dat er in sommige gevallen wel erg veel random starts nodig zijn. Alternatieven hiervoor zijn de tunnelmethode van Groenen (1993) en Groenen en Heiser (1996) en de distance-smoothing-benadering van Groenen, Heiser en Meulman (1999). Met name deze laatste methode heeft veel kans op succes bij MDS in het vinden van het globale minimum binnen een beperkte rekentijd.

De verschillen tussen de MDS-kaarten van verschillende lokale minima bestaan vaak uit een paar punten die dicht bij elkaar liggen en onderling iets van positie veranderen. We kunnen ook Interactive MDS gebruiken om een globaal minimum te vinden. Een van de eersten om dit te benadrukken zijn Buja en Swayne (2002). Het idee is om punten te verplaatsen en te kijken hoe de Stress-waarde zich verbetert.

Voor de gegevens uit Tabel 1 kan met Interactive MDS een (kandidaat) globaal minimum verkregen worden met Stress .0453 tegenover een Stress van .0459 voor de oplossing uit Figuur 3. Beide lokale minima staan naast elkaar in Figuur 6. De



Figuur 6 Lokaal minimum (linkerpaneel) en globaal minimum (rechterpaneel).



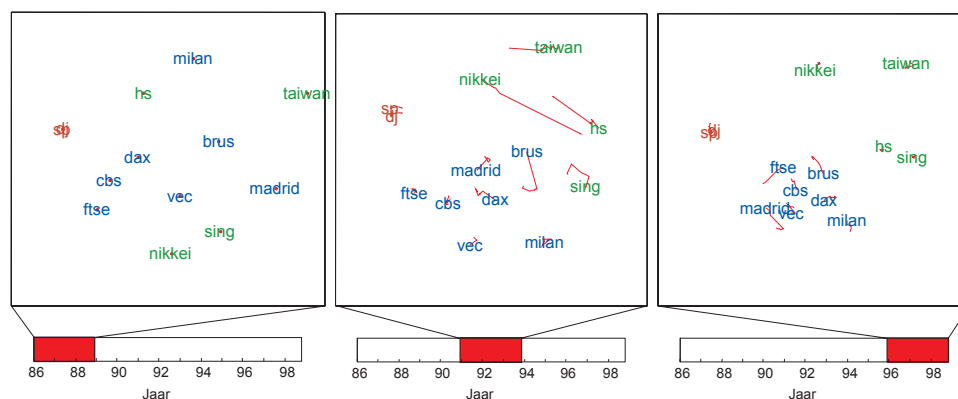
Figuur 7 De vlag van de EU (links) en verbeteringen van de vlag met lagere Stress-waarden verkregen met Interactive MDS.

belangrijkste relaties zijn in beide oplossingen gelijk. Wel zijn de posities van Brussel en Vec verschillend in de twee oplossingen. Dit betekent dat we op grond van het lokale minimum de samenhang tussen de rendementen van Vec en Madrid te hoog zouden inschatten en de samenhang tussen de rendementen van Milaan en Brussel te laag.

Overigens kan Interactive MDS ook gebruikt worden om de kwaliteit van de vlag van de Europese Unie te verbeteren en de Stress te verminderen. Over deze vlag staat op de officiële website van de EU:

“Tegen een azuurblauwe achtergrond vormen twaalf gouden sterren een cirkel, die de eenheid van de Europese volkeren voorstelt. Het aantal sterren is onveranderlijk vastgesteld op twaalf, omdat dit getal het symbool is van volmaaktheid en volledigheid.”

Interactive MDS laat zien dat de vlag nog niet volmaakt is. Figuur 7 geeft een



Figuur 8 Drie vensters van dynamische MDS voor tijdreeksen. De rode lijnen laten de voorafgaande vier posities zien.

verbeterde vlag met een lagere Stress-waarde. Daarom stel ik voor om de sterren uit de vlag te knippen en ze weer op te plakken zoals ze in het rechterpaneel van Figuur 7 staan. Welke twee landen in het midden zijn afgebeeld, laat ik aan uw eigen verbeelding over.

MDS in de tijd

In de analyse van de aandelenmarkten hebben we aangenomen dat de samenhang vastligt over een periode. U kunt zich voorstellen dat dit een behoorlijk sterke aanname is: economieën zijn niet statisch maar veranderen in de tijd, dus dat kunnen we ook verwachten van de relaties tussen aandelenmarkten. Om deze veranderingen over een periode van dertien jaar te visualiseren hebben Groenen en Franses (2000) het volgende voorgesteld. We definiëren een tijdsvenster van pakweg drie jaar, waarvoor wederom een tabel met samenhang berekend wordt en een MDS-kaart wordt gemaakt. Deze kaart wordt het eerste plaatje in de film. Dan schuiven we het tijdsvenster twee weken op en berekenen een nieuwe tabel met bijbehorende MDS-kaart, het tweede plaatje in de film. We blijven het tijdsvenster verschuiven en MDS-kaarten maken totdat we aan het eind van de dertien jaar gekomen zijn. In dit geval levert dat een film van tweehonderd beelden op. Figuur 8 toont de MDS-kaarten voor drie perioden. Ook hier geldt weer: punten dicht bij elkaar betekent veel samenhang, punten ver van elkaar betekent weinig samenhang. In de periode tussen begin 1986 en eind 1988 zien we dat de beurzen door elkaar liggen. Dit betekent dat we niet kunnen spreken van één Europese beurs of één Aziatische beurs. In de periode van 1991 tot en met 1993 zien we meer samenhang tussen de Europese beurzen onderling ontstaan en dat geldt ook



Figuur 9 MDS-kaart van politieke partijen op basis van hun overeenkomst op dertig stellingen van de stemwijzer.

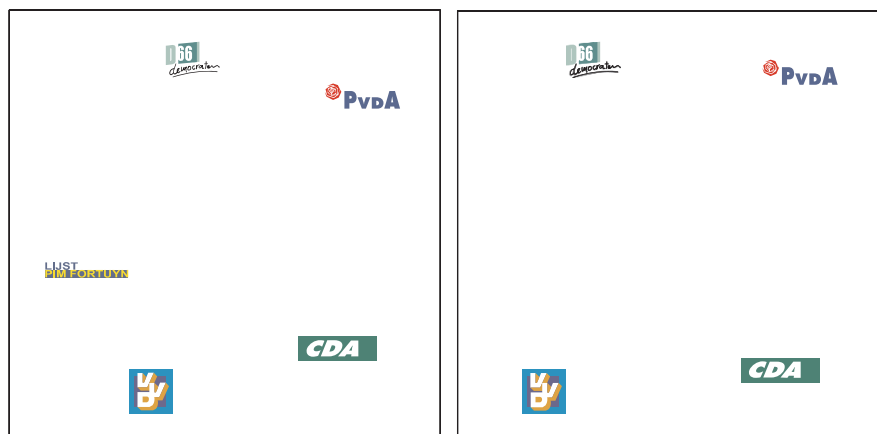
voor de Aziatische beurzen. In de laatste periode van 1996 tot en met 1998 valt op dat de Europese beurzen een sterkere samenhang van de rendementen vertonen. De invoering van de euro kan hier een van de oorzaken van zijn. Dit voorbeeld laat slechts dertien indexen van aandelenmarkten zien. Dezelfde methode kan goed worden toegepast op een groot aantal aandelen. Op deze wijze kan gemakkelijk bestudeerd worden hoe de rendementen van de verschillende aandelen samenhangen in de tijd.

Interactive MDS van politieke partijen

In het laatste voorbeeld van deze rede wil ik u laten zien hoe Interactive MDS gebruikt kan worden om een kaart te maken van het politieke landschap in Nederland. Dit project doe ik in samenwerking met Pieter Jan Stappers van de TU Delft (zie ook Stappers, Pasman en Groenen, 2000). Ongeveer 1,7 miljoen mensen hebben de stemwijzer⁴ op internet gebruikt, waaronder ook een aantal van u. Bij de stemwijzer kunt u uw mening op dertig stellingen laten vergelijken met de standpunten van tien politieke partijen. Daarna geeft de stemwijzer aan met welke partij uw mening het meest overeenkomt. Ik wil hier deze gegevens gebruiken om de partijen *zelf* met elkaar te vergelijken en een kaart te maken die aangeeft in hoeverre partijen inhoudelijk onderling overeenkomen of juist verschillen.⁵ Ik

⁴ Zie <http://www.stemwijzer.nl>.

⁵ De tabel met ongelijkenissen tussen de partijen is als volgt berekend. Van elke partij is voor elk van de standpunten bekend of de partij het er mee eens is, geen mening heeft of het ermee oneens



Figuur 10 MDS-kaart van PvdA, CDA, VVD, D'66 met LPF (links) en zonder LPF (rechts).

begin met twee partijen, VVD en CDA. Door nu te klikken zoekt Interactive MDS naar een andere partij die ongeveer op die plek zou moeten liggen. Door een partij toe te voegen verandert het politieke landschap en daarmee de politieke kaart. Zo blijkt dat de PvdA meer naar het centrum beweegt als de SP en Groen Links worden toegevoegd. In Figuur 9 ziet u de politieke kaart als alle tien partijen meedoen. De kaart is te interpreteren in drie blokken: links (PvdA, Groen Links, SP en in mindere mate D'66), rechts (VVD, LPF en LN) en confessionele partijen (CDA, Christen Unie, SGP). Slepen we de kleine christelijke partijen (Christen Unie en SGP), de kleine linkse partijen (Groen Links en SP) en LN weg, dan krijgen we de kaart zoals die in Figuur 10 (linkerpaneel) staat. Daarin zien we dat CDA, VVD en LPF het dichtst bij elkaar staan en dus inhoudelijk het meest overeenkomen. Zij zijn elkaars meest natuurlijke coalitiepartners. We zien ook dat de afstand van CDA tot PvdA in verhouding iets groter wordt zonder de LPF dan met de LPF. Als het mogelijk is geweest om een paars kabinet te formeren van PvdA, VVD en D'66, dan moet het nu ook mogelijk zijn er eentje te formeren van CDA en PvdA: de afstand CDA-PvdA is immers kleiner dan de afstand VVD-PvdA. De informateur kan met deze interactieve kaart zijn voordeel doen.

is. Deze standpunten zijn gecodeerd als respectievelijk 1, 0 en -1 . De dertig standpunten worden gebruikt als coördinaten van een partij, zodat elke partij een punt is in een dertig dimensionele ruimte. De ongelijkenis tussen twee partijen wordt berekend als de euclidische afstand tussen die twee partijen in de dertig dimensionele ruimte.

Toekomstig onderzoek

Afgelopen zomer heeft collega Wagelmans een oratie uitgesproken in deze zelfde zaal met de titel ‘Moeilijk doen als het ook makkelijk kan’. Hier wil ik deze stelling afvallen en bijvallen. Eerst het afvallen van de stelling. Een gebruiker van statistische technieken wil niets liever dan op een gemakkelijke manier tot een verantwoorde conclusie komen. Daarom denk ik dat het van belang is om gegevens op een eenvoudige manier weer te geven, bijvoorbeeld door een dynamische representatie als Interactive MDS. Wat betreft de representatie dus liever makkelijker doen dan moeilijk. Nu dan het bijvallen van de stelling. Om gegevens op een gemakkelijke wijze weer te geven kan het nodig zijn om moeilijke dingen te doen, bijvoorbeeld bij het vinden van een goed algoritme. Daarom zou ik de stelling ‘Moeilijk doen als het ook makkelijk kan’ willen veranderen in ‘Voor het gemak moeilijk doen’. Albert, ik hoop dat je je hier in kunt vinden.

In het onderzoek dat ik voorsta zoek ik antwoord op de volgende vragen:

1. Wat wil ik weten van de data?
2. Hoe modelleer ik dat en met welke verliesfunctie?
3. Hoe kan ik de resultaten gemakkelijk representeren?
4. Hoe bereken ik de oplossing?
5. Hoe stabiel is de oplossing?

De vraag ‘Wat wil ik weten van de data?’ is van belang in veel empirisch onderzoek en ook in data-mining: wat zeggen de data mij? In dit soort gevallen wil je inzicht krijgen in de relaties in de data. Daarom schenk ik in mijn onderzoek veel aandacht aan exploratieve technieken.

Zodra de onderzoeksvraag bekend is, volgt onmiddellijk de vraag ‘Hoe modelleer ik dat dan?’ Het type model kan afhangen van de onderzoeksvraag en van de wijze van representeren, zoals representatie in een MDS-kaart. De verliesfunctie waarvan ik vaak gebruikmaak is gebaseerd op kleinste kwadraten, die het voordeel hebben dat de berekeningen van de oplossing vaak snel zijn en dat er gemakkelijk restricties opgelegd kunnen worden. Bovendien zijn kleinstekwadraten-verliesfuncties niet afhankelijk van aannames die gebruikelijk zijn in de statistiek, waarvan het onduidelijk is of empirische data daaraan voldoen. Doen zij dat wel, dan zijn maximum-likelihoodmodellen goed bruikbaar. In een project met Alex Koning van het Econometrisch Instituut gebruiken we dat ook en werken we aan een multivariate extensie van gegeneraliseerde lineaire modellen. Hierbij proberen we eerste-orde-interacties eenvoudig visueel weer te geven.

Hiermee zijn we bij de vraag beland ‘Hoe kan ik de resultaten gemakkelijk representeren?’ Een aantal voorbeelden daarvan heeft u gezien in deze rede. Met nieuwe en gemakkelijk te gebruiken representaties is naar mijn mening nog een

wereld te veroveren. In een project met Ivo van der Lans en Joost Pennings van de Wageningen Universiteit hebben we het idee opgevat om MDS-kaarten in regio's (provincies zo u wilt) op te delen. In de marketing kan dit idee gebruikt worden om specificaties te vinden voor nieuwe producten (Van der Lans, Groenen en Pennings, 2002). In een ander project met Katrijn van Deun en Luc Delbeke van de KU Leuven en Frank Busing en Willem Heiser van de Universiteit Leiden staan gedegenerende kaarten in ontvouwing centraal. Door een alternatieve representatie blijken deze oplossingen wel degelijk informatie van de data te laten zien. Met Frank Busing en Willem Heiser hebben we verder een doorbraak bereikt om de degeneratie te voorkomen door aanpassingen van de verliesfunctie. In een ander project dat ik met Cor Bioch van Informatica en Economie wil opstarten, zoeken we representaties waarbij we voorspellende variabelen in een hiërarchische boom willen weergeven. Het doel daarbij is achter de structuur te komen van de voorspellende variabelen.

In nagenoeg alle voorgaande projecten komt de vraag aan de orde 'Hoe bereken ik de oplossing?' Ik heb voor u een tipje van de sluier opgelicht hoe dit in zijn werk gaat met iteratieve majorisatie. Op dit gebied zal ik verder onderzoek blijven doen. Zo onderzoeken we in een project met Henk Kiers van de Rijksuniversiteit Groningen en Patrizia Giaquinto van de Universiteit van Bari een methode om iteratieve majorisatie te versnellen.

De vraag 'Hoe stabiel is de oplossing?' is een basisvraag in de statistiek. Hierbij gaat het erom wat er zou gebeuren als ik mijn data nog een keer verzamel. Blijven de resultaten nagenoeg gelijk of veranderen ze juist erg veel? Deze vraag staat centraal in een project met Mariëlle Linting en Jacqueline Meulman van de Datatheoriegroep van de Universiteit Leiden. Daarin proberen we met behulp van de bootstrap en permutatietoetsen inzicht te krijgen in de stabiliteit van niet-lineaire principale-componentenanalyse.

Samenvattend zie ik als een belangrijk onderdeel van mijn onderzoek het ontwikkelen en verspreiden van vernieuwende exploratieve multivariate analysemethoden. Daarbij heb ik aandacht voor eenvoudige representaties die dynamisch of niet-dynamisch kunnen zijn. Ook zal ik onderzoek blijven doen naar de berekeningen die daarvoor nodig zijn.

Doelstellingen in het onderwijs

Ook in het statistiekonderwijs heeft de opmars van de computer en statistische software zijn gevolgen. Zo vind ik het belangrijk dat studenten op een praktische manier met statistiek kunnen omgaan. Weg met de tabellen met kritische waarden. De toekomst is aan statistische pakketten. Ik wil meer aandacht schenken aan praktische data-analyse, interpretatie van statistische resultaten, het ook echt zelf doen, en op visualisatie. Dit laatste, de nadruk op visualisatie van gegevens, blijkt

ook uit een vergelijking van het aantal figuren in statistiekttekstboeken. Zo heeft het boek van Hays uit 1981, waaruit ik zelf mijn eerste statistiekonderwijs gekregen heb, op minder dan 10% van de bladzijden een figuur staan, terwijl het boek van Aczel en Sounderpandian (2002), dat dit jaar voor het eerst gebruikt gaat worden in het statistiekonderwijs aan economen, bijna één figuur op elke twee bladzijden heeft. Met mijn collega's Paul de Boer en Christiaan Heij heb ik mij ten doel gesteld om het statistiekonderwijs aan economen meer aan te laten sluiten bij de moderne ontwikkelingen in de statistiek. We leggen daarbij meer nadruk op het daadwerkelijk toepassen van statistiek op empirische gegevens en minder nadruk op het maken van sommetjes. Economiestudenten zouden aan het eind van hun studie in staat moeten zijn om vanuit een onderzoeksvraag een relevante statistische techniek te kiezen, deze techniek met behulp van statistische programmatuur toe te passen op empirische gegevens en daar de juiste conclusies aan te verbinden. Dit is een ambitieuze doelstelling.

Het spreekt vanzelf dat studenten econometrie dit ook kunnen. Daarbij wordt hun de kennis en vaardigheid geleerd om zelf aan statistische modellen te sleutelen, ze bij te schaven voor specifieke onderzoeksvragen en dit ook zelf te programmeren. Deze wijze van statistiek bedrijven heeft mij zelf altijd veel voldoening gegeven. In de komende jaren wil ik deze visie verder uitwerken met collega's Alex Koning en Jaap Geluk.

Ik wil benadrukken dat een belangrijk onderscheid tussen universiteit en hbo ligt in het doen van empirisch onderzoek. Daarbij horen de methodologische en statistische vaardigheden om onderzoek te kunnen uitvoeren. Naar mijn mening behoren statistiek en methodologie daarmee tot de kernvakken van onze faculteit.

Statistiek is een interessant vak. Het verenigt vele aspecten van wetenschap in zich op veel vakgebieden. Ik heb geprobeerd te laten zien dat er in de statistiek interessante nieuwe ontwikkelingen aan de gang zijn. Ik vind statistiek een enerverend, dynamisch, maar bovenal een leuk vak. Wat mij betreft staat statistiek op de kaart.

Woorden van dank

Tot zover het inhoudelijke deel van deze rede. Ik zou nu enkele woorden van dank willen uitspreken.

Een benoeming als hoogleraar is een eervolle gebeurtenis. Daarom ben ik de rector, het college van decanen, de decaan van onze faculteit prof. Vosselman en de directeur van de capaciteitsgroep Econometrie en Besliskunde prof. Van Dijk zeer erkentelijk voor het in mij uitgesproken vertrouwen. Sinds mijn komst in juni vorig jaar heb ik mij zeer welkom gevoeld bij het Econometrisch Instituut. Hiervoor wil ik niet alleen mijn directe collega's bij de sectie statistiek bedanken, maar ook de andere collega's van het Econometrisch Instituut, waarbij ik speciaal

Philip Hans Franses wil noemen.

Beste coauteurs. Een van de leukste dingen van mijn werk is om met jullie samen te werken aan onderzoeksprojecten, samen nieuwe ideeën te bespreken en problemen op te lossen. Samenwerken vind ik niet alleen stimulerend, maar vooral ook leuk, en ik hoop dan ook dat we hiermee nog lang zullen doorgaan.

Waarde Stappers, beste Pieter Jan. Vaak hebben we gepraat over hoe Interactive MDS mensen kan inspireren, maar voor mij zijn het vooral deze gesprekken geweest die mij hebben geïnspireerd. Hiervoor wil ik je hartelijk bedanken.

Apart wil ik nog mijn oud-collega's bij Datatheorie bedanken. Ik heb met veel plezier met jullie gewerkt. Het was een bijzondere tijd en ik kan er met veel plezier aan terugdenken.

Er zijn twee oud-collega's van Datatheorie die ik extra wil bedanken.

Waarde Meulman, beste Jacqueline. Ik heb veel waardering voor de mogelijkheden die je me gegeven hebt om mij te ontwikkelen. Je hebt bij Datatheorie een dynamische groep om je heen weten te verzamelen en ons de mooie kanten geleerd van het doen van goed onderzoek. Voor je persoonlijke inzet voor mij en de groep ben ik je erg dankbaar.

Waarde Heiser, beste Willem. Tijdens mijn studie psychologie kwam ik in aanraking met de programma's van Datatheorie. Ik dacht toen dat het prachtig moest zijn om deze programma's zelf te kunnen maken, en dat is het ook. Als promotor heb jij me geleerd hoe je dat doet. Je brede kijk op data-analyse en statistiek heeft me voor een belangrijk deel gevormd. Ik ben je hier zeer erkentelijk voor.

Ten slotte wil ik me richten tot mijn familie. Lieve Fon en Jeannette. De reden dat ik hier nu kan staan ligt bij jullie. De statisticus in mij zegt dat dit het gevolg is van een toevalsproces. De psycholoog in mij zegt dat dit niet zo is. Hoe het ook zij, heel erg bedankt voor alles.

Sevgili Salim ve Nermin. Beni oğlunuz diye kabul ettiğiniz için teşekkür ederim. Beraber nice mutlu yıllara.⁶

Lieve Sezen en Martti. Ik wil hier alleen maar tegen jullie zeggen dat ik heel erg blij met jullie ben.

Lieve Handan. Als laatste en belangrijkste wil ik jou bedanken. Ik weet dat het voor jou niet altijd even gemakkelijk is als ik afwezig in de verte staar om daarna vol enthousiasme uit te weiden over iets als een nieuwe majorisatiefunctie. Onverstoorbaar hoor je dit aan en weet me daarna ook nog op nieuwe ideeën te brengen. Maar het meest belangrijke vind ik wel de warmte en de liefde die jij me geeft, en dat is onvervangbaar.

Ik heb gezegd.

⁶ Lieve Salim en Nermin. Jullie hebben mij als je zoon aangenomen. Daar dank ik jullie hartelijk voor. Op nog veel meer gelukkige jaren samen.

Literatuur

- Aczel, A. & Sounderpandian, J. (2002). *Complete business statistics*. Boston: McGraw-Hill/Irwin.
- Borg, I. & Groenen, P.J.F. (1997). *Modern multidimensional scaling: Theory and applications*. New York: Springer.
- Buja, A. & Swayne, D.F. (2002). Visualization methodology for multidimensional scaling. *Journal of Classification*, 19, 7–43.
- De Leeuw, J. (1977). Applications of convex analysis to multidimensional scaling. In J.R. Barra, F. Brodeau, G. Romier & B. van Cutsem (Eds.), *Recent developments in statistics* (pp. 133–145). Amsterdam, The Netherlands: North-Holland.
- De Leeuw, J. (1993). *Fitting distances by least squares* (Tech. Rep. No. 130). Los Angeles, CA: Interdivisional Program in Statistics, UCLA.
- De Leeuw, J. & Heiser, W.J. (1977). Convergence of correction-matrix algorithms for multidimensional scaling. In J.C. Lingoes, E.E. Roskam & I. Borg (Eds.), *Geometric representations of relational data* (pp. 735–752). Ann Arbor, MI: Mathesis Press.
- De Leeuw, J. & Heiser, W.J. (1980). Multidimensional scaling with restrictions on the configuration. In P.R. Krishnaiah (Ed.), *Multivariate analysis* (Vol. V, pp. 501–522). Amsterdam, The Netherlands: North-Holland.
- Gower, J.C. (1966). Some distance properties of latent root and vector methods used in multivariate analysis. *Biometrika*, 53, 325–338.
- Groenen, P.J.F. (1993). *The majorization approach to multidimensional scaling: some problems and extensions*. Leiden, The Netherlands: DSWO Press.
- Groenen, P.J.F. & Heiser, W.J. (1996). The tunneling method for global optimization in multidimensional scaling. *Psychometrika*, 61, 529–550.
- Groenen, P.J.F., Heiser W.J. & Meulman, J.J. (1999). Global optimization in least-squares multidimensional scaling by distance smoothing. *Journal of Classification*, 16, 225–254.
- Groenen, P.J.F. & Franses, P.H. (2000). Visualizing time-varying correlations across stock markets. *Journal of Empirical Finance*, 7, 155–172.
- Hastie, T., Tibshirani, R. & Friedman J. (2001). *The elements of statistical learning*. Springer Series in Statistics. New York: Springer.
- Hays, W.L. (1981). *Statistics*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Heiser, W.J. (1995). Convergent computation by iterative majorization: Theory and applications in multidimensional data analysis. In W.J. Krzanowski (Ed.), *Recent advances in descriptive multivariate analysis* (pp. 157–189). Oxford: Oxford University Press.
- Kiers, H.A.L. (2002). Setting up alternating least squares and iterative majorization algorithms for solving various matrix optimization problems. *Computational Statistics and Data Analysis*, 41, 157–170.

- Kloek, T. & Theil, H. (1965). International comparisons of prices and quantities consumed. *Econometrica*, 33, 535–556.
- Kruskal, J.B. (1964a). Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis. *Psychometrika*, 29, 1–27.
- Kruskal, J.B. (1964b). Nonmetric multidimensional scaling: A numerical method. *Psychometrika*, 29, 115–129.
- Lange, K., Hunter, D.R. & Yang, I. (2000). Optimization transfer using surrogate objective functions. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 9, 1–20.
- McFarlane, M. & Young, F.W. (1994). Graphical sensitivity analysis for multidimensional scaling. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 3, 23–33.
- Ortega, J.M. & Rheinboldt, W.C. (1970). *Iterative solutions of nonlinear equations in several variables*. San Diego: Academic Press.
- Stappers, P.J., Pasman, G. & Groenen, P.J.F. (2000). Exploring databases for taste or inspiration with interactive multi-dimensional scaling. In *Proceedings IEA 2000 / HFES 2000, Ergonomics for the new Millennium* (pp. 3-575–3-578) on CD-ROM. Santa Monica CA: The Human Factors Society of the USA.
- Torgerson, W.S. (1958). *Theory and methods of scaling*. New York: Wiley.
- Tufte, E.R. (1983). *The visual display of quantitative information*. Cheshire, CO: Graphics Press.
- Van der Lans, I.A., Groenen, P.J.F. & Pennings, J.M.E. (2002, submitted for publication). *Multidimensional scaling with multiple axial partitioning constraints: With an application to financial product development*.
- Weiszfeld, E. (1937). Sur le point pour lequel les sommes des distances de n points donnés est minimum. *Tôhoku Mathematical Journal*, 43, 355–386.
- Voss, H. & Eckhardt, U. (1980). Linear convergence of generalized Weiszfeld's method. *Computing*, 25, 243–251.

Erasmus Research Institute of Management

Inaugural Addresses Research in Management Series

www.erim.eur.nl

Triple inaugural address for the Rotating Chair for Research in Organisation and Management

Quality Management Research: Standing the Test of Time,

Prof. dr. B.G. Dale

Performance Related Pay – Another Management Fad?,

Prof. dr. R. Richardson

From Downsize to Enterprise: Management Buyouts and Restructuring Industry,

Prof. dr. D.M. Wright

Reference number ERIM: EIA-01-ORG

ISBN 90-5892-006-2

<http://www.eur.nl/WebDOC/doc/iarm/erimia20010405124454.pdf>

Financial Regulation; Emerging from the Shadows

Prof. dr. Harald. A. Benink

Reference number ERIM: EIA-02-ORG

ISBN 90-5892-007-0

<http://www.eur.nl/WebDOC/doc/iarm/erimia20010628134057.pdf>

Opsporen van sneller en beter. Modelling through...

Prof. dr. Leo G. Kroon

Reference number ERIM: EIA-03-LIS

ISBN 90-5892-010-0

East, West, Best: Cross cultural encounters and measures

Prof. dr. Slawomir Jan Magala

Reference number ERIM: EIA-04-ORG

ISBN 90-5892-013-5

<http://www.eur.nl/WebDOC/doc/erim/erimrs20020723105602.pdf>

Leadership as a source of inspiration

Prof. dr. Deanne N. Den Hartog

Reference number ERIM: EIA-05-ORG

ISBN 90-5892-015-1

<http://www.eur.nl/WebDOC/doc/iarm/erimia20020903123201.pdf>

Marketing Informatie en besluitvorming: een inter-organisationeel perspectief

Prof. dr. ir. Gerrit H. van Bruggen
Reference number ERIM: EIA-06-MKT
ISBN 90-5892-016-X

**The residual:
On monitoring and Benchmarking Firms, Industries and Economies with respect to Productivity**

Prof. dr. Bert M. Balk
Reference number ERIM: EIA-07-MKT
ISBN 90-5892-018-6
<http://www.eur.nl/WebDOC/doc/iarm/erimia20020909150511.pdf>

**“Nut en nog eens nut”
Over retoriek, mythes en rituelen in informatiesysteemonderzoek**

Prof. dr. H.G. van Dissel
Reference number ERIM: EIA-08-LIS
ISBN 90-5892-018-6
<http://www.eur.nl/WebDOC/doc/iarm/erimia20020903111559.pdf>

**Onweerlegbaar bewijs?
Over het belang en de waarde van empirisch onderzoek voor financierings- en beleggingsvraagstukken**

Prof. dr. Marno Verbeek
Reference number ERIM: EIA-09-F&A
ISBN 90-5892-026-7
<http://www.eur.nl/WebDOC/doc/iarm/erimia20020903173323.pdf>

Waarde en Winnaar; over het ontwerpen van elektronische veilingen

Prof. dr. ir. Eric van Heck
Reference number ERIM: EIA-10-LIS
ISBN 90-5892-027-5
<http://www.eur.nl/WebDOC/doc/iarm/erimia20020909113823.pdf>

**Moeilijk Doen Als Het Ook Makkelijk Kan
Over het nut van grondige wiskundige analyse van beslissingsproblemen**

Prof. dr. Albert P.M. Wagelmans
Reference number ERIM: EIA-11-LIS
ISBN 90-5892-032-1

The Economics of Private Equity

Prof. dr. Han T.J. Smit

Reference number ERIM: EIA-13-LIS

ISBN 90-5892-033-X

The Business Challenges in Communicating, Mobile or Otherwise

Prof. dr. Louis-François Pau

Reference number ERIM: EIA-14-LIS

ISBN 90-5892-034-8

Dynamische Meerdimensionele Schaling: Statistiek Op De Kaart

Prof. dr. Patrick J.F. Groenen

Reference number ERIM: EIA-15-MKT

ISBN 90-5892-035-6