

EEN MONOTONITEITSPARADOX

1. Inleiding

In de beslissingstheorie wordt gebruik gemaakt van de risiconutstheorie, die geïntroduceerd is door von Neumann en Morgenstern in hun boek *Theory of Games and Economic Behavior*, dat voor het eerst gepubliceerd is in 1944 (1). Zij introduceerden een normatieve theorie gebaseerd op een aantal axioma's. Iemand die in overeenstemming met deze axioma's handelt wordt een rationele beslisser genoemd. Als men echter beslissingen neemt, die niet aan de axioma's voldoen, wordt men als niet-rationele beslisser bestempeld. Het is de vraag of deze theorie gebruikt kan worden als beschrijving van gedrag bij onzekerheid. In dit artikel geven wij de beschrijving van een experiment, dat bedoeld is om één der axioma's te toetsen, die door Luce en Raiffa gegeven worden in hun boek *Games en Decisions* (2). Hun axiomastelsel is equivalent, maar niet identiek met dat van von Neumann en Morgenstern.

2. Experimentele opzet

2.1. Proefpersonen

Het experiment is uitgevoerd met medewerking van honderd doctoraalstudenten in de economie aan de N.E.H. in Rotterdam. Voor hen was het experiment bedoeld als introductie tot de risiconutstheorie. Dit betekent, dat ze als onbevooroordeelde proefpersonen beschouwd konden worden.

2.2. Werkwijze

Het experiment bestond uit drie zogenaamde "loterijen", die elk twee mogelijke uitkomsten met bijbehorende kansen hadden; kortom een Bernoulli-experiment. De proefpersonen konden een bod doen teneinde mee te kunnen spelen in een loterij. Degene, die het hoogste bod had uitgebracht, mocht deelnemen aan de loterij. Hij moest dan de uitkomst voorspellen van het Bernoulli-experiment; als zijn voorspelling juist was zou hij 25 gulden ontvangen, bij een onjuiste voorspelling zou hij niets krijgen.

In de eerste loterij werd met fictief geld gespeeld; deze ronde was bedoeld om de werking van de loterij te demonstreren. De volgende twee loterijen werden echter met echt geld gespeeld.

In de eerste twee ronden bestond het Bernoulli-experiment uit het éénmaal werpen met een zuivere munt, hetgeen dus de mogelijke uitkomsten kruis of munt geeft. De uitkomst van de derde loterij werd verkregen door het éénmaal werpen met een punaise. Dit geeft ook weer twee mogelijkheden: de punaise blijft liggen met de punt naar boven of met de punt naar beneden (↓ of ↙).

Voor elke loterij moesten de proefpersonen het volgende formulier invullen:

Uw'bod:

Naam:

Voor de derde loterij moesten ze daarbij tevens een schatting opgeven van de kans dat de punaise met de punt naar beneden bleef liggen.

2.3. Hypothese

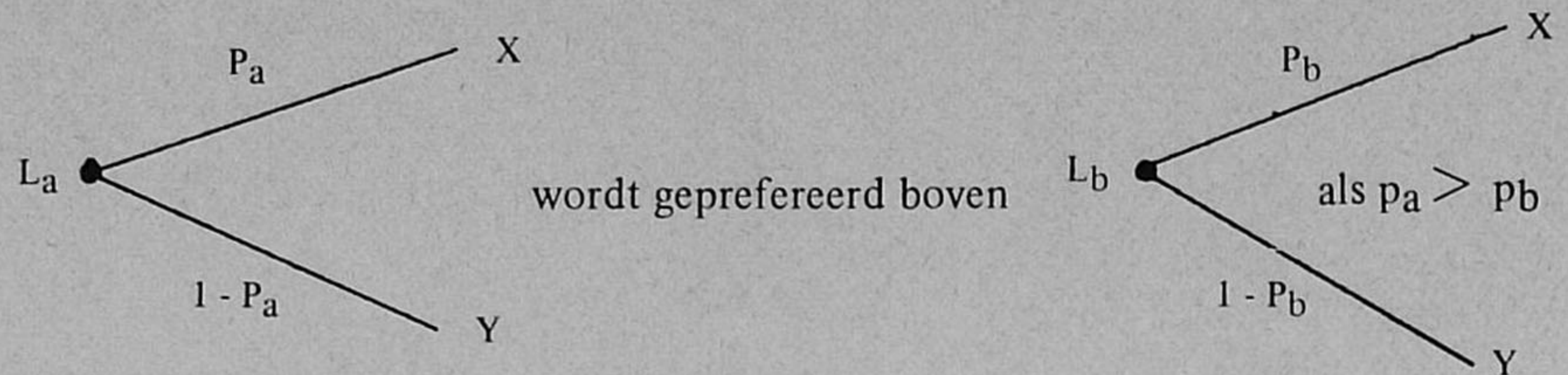
Onze hypothese was dat de proefpersonen zich in overeenstemming met het volgende axioma zouden gedragen, het zogenaamde monotoniteitsaxioma.

Axioma:

Beschouw twee loterijen die beide twee mogelijke prijzen hebben, genaamd x en y waarbij x geprefereerd wordt boven y . Noem de loterijen L_a en L_b en stel p_a is de kans op x in loterij L_a en stel p_b is de kans op x in loterij L_b . Als nu $p_a > p_b$ wordt L_a geprefereerd boven L_b , als $p_a = p_b$ is men indifferent tussen L_a en L_b en als $p_a < p_b$ dan wordt L_b geprefereerd boven L_a .

Dit axioma kan als volgt geïllustreerd worden:

Drs. G. Poeth te Gouda
 J. Spronk en
 fil. k. Stemne te Rotterdam



Figuur 1. Illustratie van het axioma voor het geval dat $p_a > p_b$.

3. Resultaten

De eerste ronde was bedoeld om de proefpersonen de procedure van de loterij te demonstreren, daarom vermelden wij hier alleen de resultaten van de tweede en van de derde ronde.

3.1. De tweede ronde

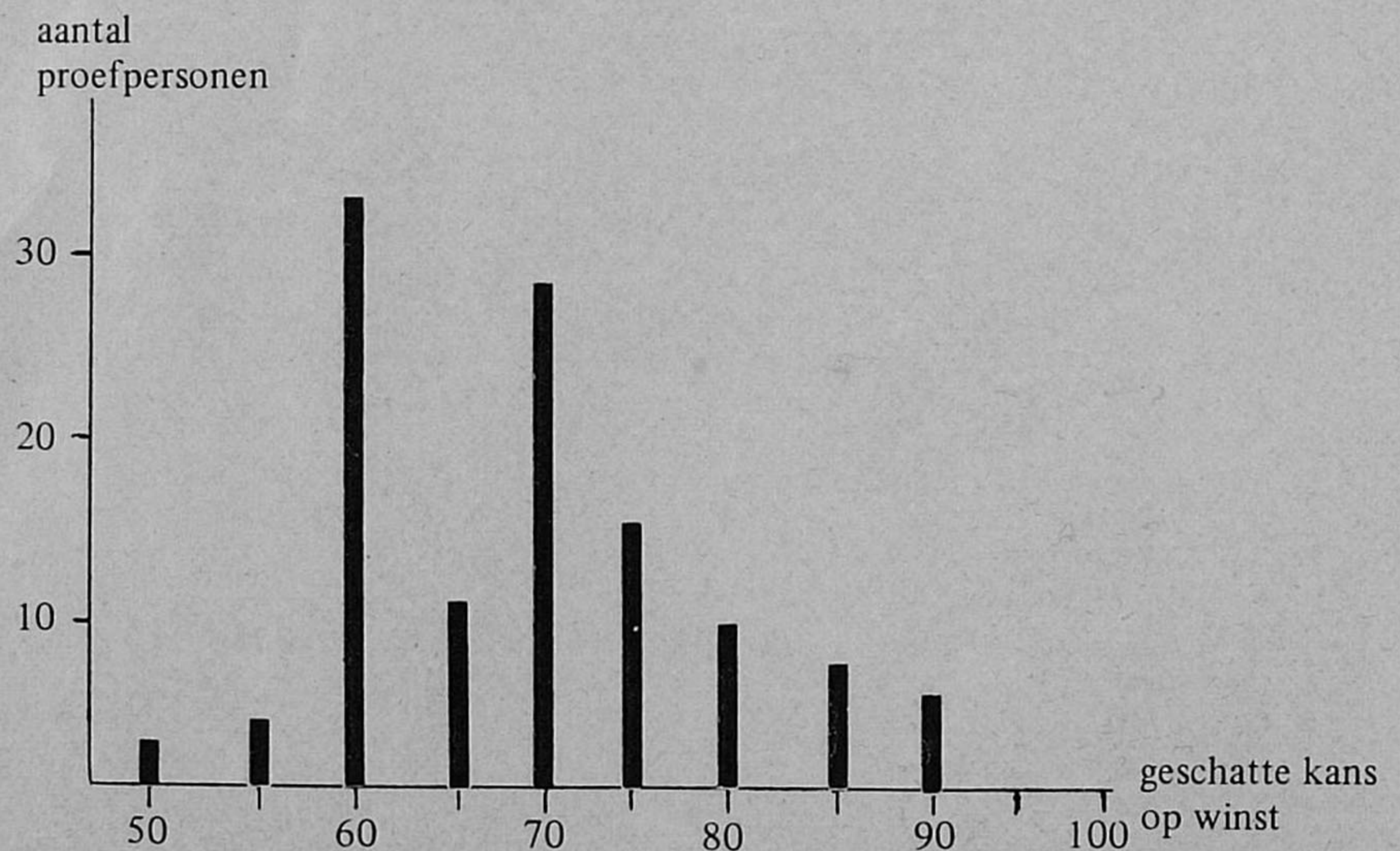
Als we de kans op munt gelijk stellen aan die op kruis, dan is de verwachte opbrengst van deze loterij f 12,50 ($0,5 \times f 25,- + 0,5 \times f 0,-$).

Het bod van de honderd proefpersonen was:

- 1) in 76 van de gevallen beneden de verwachtingswaarde,
- 2) in 10 van de gevallen gelijk aan de verwachtingswaarde en
- 3) in 14 van de gevallen boven de verwachtingswaarde.

3.2. De derde ronde

Bij deze loterij konden de proefpersonen zelf uitmaken welke uitkomst winst betekende, d.w.z. of de punaise met de punt naar boven of naar beneden zou blijven liggen. Dit betekent, dat de subjectieve kans op winst groter of gelijk aan 0,50 moet zijn. Immers, als de proefpersoon niet kan zeggen welke uitkomst de hoogste waarschijnlijkheid heeft, dan stelt hij de kans op beide uitkomsten aan elkaar gelijk, in het geval dat hij een uitspraak moet doen. Als de proefpersoon aan één van beide uitkomsten de voorkeur geeft, dan betekent dat, dat hij een hogere kans schat op het verschijnen van deze uitkomst dan op de andere uitkomst. Aangezien hij in de loterij de gebeurtenis zal voorspellen met de volgens hem grootste kans op winst, is die kans dus ook groter of gelijk aan 0,50. Hoe de proefpersonen de kans op winst geschat hebben, blijkt uit figuur 2.



Figuur 2. Geschatte kans op winst in de derde ronde

Als de kans op winst groter of gelijk geschat wordt dan 0,50, dan moet dientengevolge de verwachte opbrengst groter of gelijk zijn aan f 12,50. Dit kan als volgt bewezen worden. Stel de kans op winst gelijk aan $0,50 + \delta$, waarbij $0 \leq \delta \leq 0,50$. De kans op verlies is dan $0,50 - \delta$ en de verwachtingswaarde is dan:

$$\begin{aligned}
 E.V. &= (0,50 + \delta) \times f 25,- + (0,50 - \delta) \times f 0,- = \\
 &= f 12,50 + \delta \times f 25,- \geq f 12,50.
 \end{aligned}$$

Dr. G. Poeth te Gouda
J. Spronk en
fil. k. Stemne te Rotterdam

Van de honderd proefpersonen bleken nu
47 hun bod verlaagd,
32 hun bod verhoogd en
21 hun bod niet veranderd

te hebben ten opzichte van de tweede ronde. Van de 21 personen, die hun bod niet veranderd hadden, bleken 20 een kans op winst geschat te hebben die hoger was dan 0,50.

4. Enige discussiepunten

Volgens het in 2.3. geciteerde axioma moet iemand die in de derde ronde een grotere kans op winst schat dan in de tweede ronde zijn bod van de tweede ronde verhogen. 47 proefpersonen hebben hun bod *verlaagd* en gedragen zich dus strijdig met dit axioma.

Verder moet iemand, volgens hetzelfde axioma, die zijn bod niet veranderd, in de derde ronde een zelfde kans op winst schatten als in de tweede ronde. Echter, van de 21 personen die hun bod niet veranderd hadden, bleken er 20 in de derde ronde een hogere kans op winst geschat te hebben. Ook dit is strijdig met het onderhavige axioma. Van de honderd proefpersonen bleken er dus 67 in strijd met het axioma te handelen.

Waarom handelden zoveel van de proefpersonen in strijd met het axioma? Men zou kunnen antwoorden, dat men de theorie niet als beschrijvend, maar als normatief moet zien: "Het gaat er niet om, of men in feite rationeel handelt, maar of men rationeel *wil* handelen". Dit impliceert dan, dat de proefpersonen het axioma wel zouden willen aanvaarden. Ze moeten dan echter wel overtuigd worden, dat dit axioma rationeler is dan hun eigen gedrag. Als men naar een verklaring zoekt voor hun oorspronkelijke gedrag, kan men zich afvragen of dit axioma hen wel zal overtuigen.

Een verklaring voor bovengenoemd gedrag zou misschien kunnen zijn dat men meer waarde hecht aan de kansschatting voor de munt dan die voor de punaise. Als deze vraag bevestigend beantwoord wordt, rijst de vraag of het gevolgde gedrag wel irrationeel genoemd mag worden. Met andere woorden, geeft dit monotoniteitsaxioma soms een te strakke norm voor rationeel gedrag?

Referenties

- (1) J. von Neumann en O. Morgenstern: *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, 1944 (eerste editie).
- (2) R.D. Luce en H. Raiffa: *Games and Decisions*, New York, J. Wiley.

DRS. F. KRENS TE CAPELLE A/D
IJSEL

Onlangs heeft drs. F. Krens voor het Nederlands Genootschap van Administrateurs te Utrecht een interessante lezing gehouden over recente ontwikkelingen in de bedrijfseconomie. Een samenvatting van deze lezing drukken wij hiernaast af.

RECENTE ONTWIKKELINGEN IN DE BEDRIJFSECONOMIE

1. Hoofdpijnen

- 1e. Verbale kwalitatieve benaderingen maken ten dele plaats voor een sterker analytisch gerichte mathematische aanpak van de bedrijfseconomische problematiek.
- 2e. Veel grotere aandacht voor besluitvormingsprocessen en daarmee samenhangende informatievoorziening en beslissingstechnieken.
- 3e. Neiging om de bedrijfseconomische problematiek te plaatsen in het kader van een bedrijfskundige vraagstelling.
- 4e. Meer aandacht voor het externe gebeuren, met name het marktgebeuren, waarbij de bedrijven betrokken zijn.

Genoemde hoofdpijnen staan niet los van elkaar. De gegeven volgorde is willekeurig.

2. Willekeurige voorbeelden ter illustratie van de hoofdpijnen

ad 1 - 1e. Investeringsselectie

Er worden selectiemethodieken van betrekkelijk ingewikkelde aard gehanteerd. Dit geldt vooral als met onzekerheidsaspecten rekening wordt gehouden.