

# Het zekere voor het onzekere: begrenzing van risico's

prof. dr. J. Spronk

## 1. Inleiding

Jarenlang werden programmeringsmodellen gezien als veelbelovende hulpmiddelen bij het analyseren en oplossen van een veelheid van problemen. In veel gevallen is die belofte waargemaakt. In de financiële planning echter zijn mathematische programmeringstechnieken nooit gemeengoed geworden. Sterker nog, het gebruik van programmeringstechnieken lijkt de laatste jaren voortdurend minder populair te worden. Een belangrijke oorzaak voor deze afnemende belangstelling ligt mijns inziens in een veelvuldig te constateren misbruik van de mathematische programmering en de daaruit voortkomende teleurstellingen. Met misbruik wordt hierbij bedoeld op het gebruik de optimale oplossing voor het programmeringsmodel uit te roepen tot de 'optimale' strategie voor de onderneming om vervolgens als het even kan deze strategie ook nog te implementeren. In een dergelijke gedachtengang past het streven naar een zo nauwkeurig mogelijke weergave van de werkelijkheid. Vandaar dat menig stafafdeling in de zeventiger jaren werkte aan haar eigen toren van Babel, een alomvattend financieel ondernemingsmodel. De bouwmeesters werden daarbij geholpen door steeds grotere en snellere computers en door de uitgebreide theorievorming op het gebied van de mathematische programmering. Jammer genoeg stortten ook deze modeltorens van Babel één voor één in. De verklaring voor deze bouwval kan gezocht worden in het feit dat, indien men direct uitvoerbare plannen wil genereren, de gebruikte modellen voldoende gedetailleerd moeten zijn. Met name bij strategische vraagstukken als de financiële planning is deze eis niet haalbaar. De werkelijkheid verandert zo snel dat het voor een modelbouwer die op alle details moet letten niet is bij te sloffen.

De vraag rijst nu of we programmeringsmodellen als hulpmiddel bij de financiële planning dan maar beter kunnen vergeten. Ons antwoord op die vraag is een duidelijk nee. Programmeringsmodellen kunnen goed gebruikt worden. Niet als middel om 'de' optimale oplossing uit de hoge hoed te toveren, maar als leerinstrument, als 'terreinverkenner' en ter ondersteuning van de communicatie tussen verschillende besluitvormers. Een model wordt dan 'leerinstrument' als de



besluitvormer de gelegenheid krijgt om met de voornaamste parameters te spelen. Daardoor ontstaat inzicht in de belangrijke beleidskeuzen en in de mogelijkheden en onmogelijkheden waarmee de onderneming te maken heeft. Met behulp van programmeringstechnieken kan met betrekkelijk gemak uit een reusachtig aantal mogelijke combinaties van de te hanteren beleidsinstrumenten de beste (of een aantal van de beste) combinatie(s) gevonden worden. Dat noemen we de 'verkennende' functie van het model omdat de door het model gegenereerde oplossing(en) in de realiteit niet noodzakelijk de beste en misschien zelfs onrealiseerbaar is(zijn). Het model kan de werkelijkheid immers niet volledig weergeven. Dat neemt niet weg dat de modeloplossingen zeer wel het overwegen waard kunnen zijn en de besluitvormers op ideeën kunnen brengen die zij voordien niet hadden. De communicatiefunctie van een model komt aan het licht wanneer verschillende besluitvormers via het model als 'gemeenschappelijk kladblok' aan elkaar duidelijk maken in welke richting zij de beslissing zoeken.<sup>1</sup> Voor elk van de drie genoemde functies: leer-, verkennings- en communicatiemiddel kan met betrekkelijk eenvoudige modellen volstaan worden. Voorwaarde is wel dat de wezenlijke elementen van het betreffende financieel planningsprobleem adequaat weergegeven worden. Als zodanig denkt men onmiddellijk aan het element der onzekerheid waarmee men in financiële planningsproblemen onmiskenbaar te maken heeft. In het kader van wiskundige programmering kan men met onzekerheid rekening houden via een min of meer uitgebreide gevoeligheidsanalyse of door het gebruik van stochastische programmeringstechnieken. In paragraaf 2 zullen wij stilstaan bij de stochastische methode die bekend staat als chance-constrained programming en om redenen die daar uiteengezet worden een alternatieve werkwijze voorstellen (in paragraaf 3) die het midden houdt tussen gevoeligheidsanalyse en chance-constrained programming. Deze procedure wordt in de laatste paragraaf geëvalueerd.

## 2. Kansrestricties

In planningsproblemen kan men te maken krijgen met randvoorwaarden waarvan de positionering althans aan het begin van de planperiode niet exact gegeven is. Een bekend voorbeeld is het opstellen van een uitgavenplan terwijl men niet precies weet hoeveel er beschikbaar zal zijn om de geplande uitgaven te bekostigen. In dit soort gevallen kan men het gebruik van de door Charnes en Cooper 1959, voorgestane kansrestricties overwegen. Daarbij moet dan wel verondersteld worden dat voor elk van de beperkende factoren een waarschijnlijkheidsverdeling opgesteld kan worden. Zo zou men in het zojuist gegeven voorbeeld kunnen poneren dat het voor de uitgaven ter beschikking staande bedrag normaal verdeeld is met gemiddelde 100 en standaarddeviatie 10. Vervolgens bepaalt men voor elk van de stochastische randvoorwaarden een tolerantieparameter  $\alpha$ , die de kans aangeeft dat de betrokken randvoorwaarde niet geschon-



den wordt. Vaak gebruikte, maar voor het overige volstrekt arbitraire parameterwaarden zijn  $\alpha = 99\%$ ,  $\alpha = 95\%$  en  $\alpha = 90\%$ . Gegeven de waarschijnlijkheidsverdeling van een beperkende factor en gegeven de waarde  $\alpha$  van de betreffende tolerantieparameter kan men via tabellen voor de normale verdeling of middels de ongelijkheid van Tchebysheff een waarde  $\psi(\alpha)$  vaststellen waar de te realiseren waarde van de beperkende factor met kans  $\alpha$  boven zal liggen. Als we in ons voorbeeld  $\alpha$  stellen op 90% en een normale verdeling veronderstellen dan kunnen we met 90% kans aannemen dat het beschikbare bedrag groter zal zijn dan  $\psi(90\%) = 87.20$ . Tenslotte worden 'gewone', dat wil zeggen deterministische randvoorwaarden opgesteld waarin de waarden van de beperkende factoren gelijk gesteld worden aan hun respectievelijke  $\psi(\alpha)$  waarden. Zo worden de uitgaven in ons voorbeeld begrensd tot 87.20. Aannemende, dat er precies voor 87.20 uitgegeven wordt is er dus 10% kans dat het beschikbare bedrag niet toereikend zal zijn.

Hoewel 'chance-constrained programming' een aantal aantrekkelijke kanten heeft, zijn er in veel situaties belangrijke bezwaren tegen het gebruik van deze techniek aan te voeren:

- a. Voor elk van de beperkende factoren die stochastisch is moet een waarschijnlijkheidsverdeling opgesteld worden (eventueel kan men zich beperken tot het vastleggen van gemiddelde en variantie). In de bedrijfseconomie heeft men te maken met subjectieve waarschijnlijkheidsoordelen (vgl. Diepenhorst 1951). Uit talrijke experimenten blijkt echter dat de mens nauwelijks tot slechts matig in staat is tot betrouwbare waarschijnlijkheidsuitspraken te komen (zie Lourens 1984, en Winkler 1982, voor een overzicht met daarbij ook enige meer positieve geluiden). Daarmee rijst de vraag of een methode die uitgaat van precieze gegevens in situaties waarin de informatie slechts matig betrouwbaar is wel gebruikt mag worden (vgl. ook Blau 1974). In plaats van verheldering te brengen getuigt de methode dan van een schijnexactheid die misleidend is. Natuurlijk geldt het bezwaar van onbetrouwbare invoergegevens ook voor duizend en één andere methoden. Maar wat is het alternatief? Mijns inziens moet men zoeken naar methoden met behulp waarvan men ook op basis van niet al te betrouwbare gegevens tot bruikbare resultaten kan komen. Natuurlijk mag men van methoden die op minder betrouwbare informatie gestoeld zijn niet verwachten dat zij ons voor elk planningsprobleem 'de' optimale oplossing zullen leveren. Hooguit mag men verwachten dat dergelijke methoden waardevolle nieuwe inzichten zullen opleveren, die de besluitvormer helpen tot een zo goed mogelijk plan te komen.
- b. Als er sprake is van meerdere beperkende factoren met een stochastisch karakter, dan is het eerder regel dan uitzondering dat deze factoren stochastisch afhankelijk zijn. Enerzijds versterkt dat het probleem dat hierboven geschetst werd. Als men gebrekkig in staat is om een ééndimensionale waarschijnlijkheidsverdeling vast te stellen, zal het met een meerdimensionale



verdeling in ieder geval niet beter gaan. Vandaar dat de beperkende factoren in chance-constrained programming meestal stochastisch onafhankelijk worden verondersteld. Anderzijds ontstaat een probleem met de interpretatie van de tolerantieparameters. Stel bijvoorbeeld dat middels kansrestricties is gezorgd voor een kans van 95% dat de omzet in afdeling I groter zal zijn dan 100 gulden en voor een kans van 95% dat de omzet in afdeling II groter zal zijn dan 150 gulden. Wat is nu de kans dat de omzet in beide afdelingen beneden de gestelde grens blijft (en daarmee de kans dat het gekozen plan onuitvoerbaar is)? Deze vraag valt niet te beantwoorden zonder kennis van de stochastische samenhang tussen de twee omzetvariabelen. Zoals gezegd worden de beperkende factoren meestal stochastisch onafhankelijk verondersteld.

- c. Een derde bezwaar betreft de vaststelling van de tolerantieparameters  $\alpha$ . In veel gevallen worden deze parameters als onderdeel van de modelbouw door de modelbouwer, veelal zonder overleg met de besluitvormer, vastgeprikt op één van de hierboven reeds als arbitrair aangeduide waarden 0.9, 0.95 of 0.99. Wat de invloed van deze keuze van parameterwaarden op de waarde van de doelstellingsfunctie is wordt slechts zelden en dan nog meestal marginaal onderzocht. Het is daarom vaak onduidelijk wat de consequenties zouden zijn van een andere keuze van kansrestricties. Wellicht is het mogelijk om bij een ongeveer gelijkblijvende doelwaarde de onzekerheid te reduceren dan wel door het accepteren van wat meer onzekerheid een veel betere doelwaarde te realiseren. De hieronder voorgestelde procedure probeert aan de genoemde bezwaren enigszins tegemoet te komen.

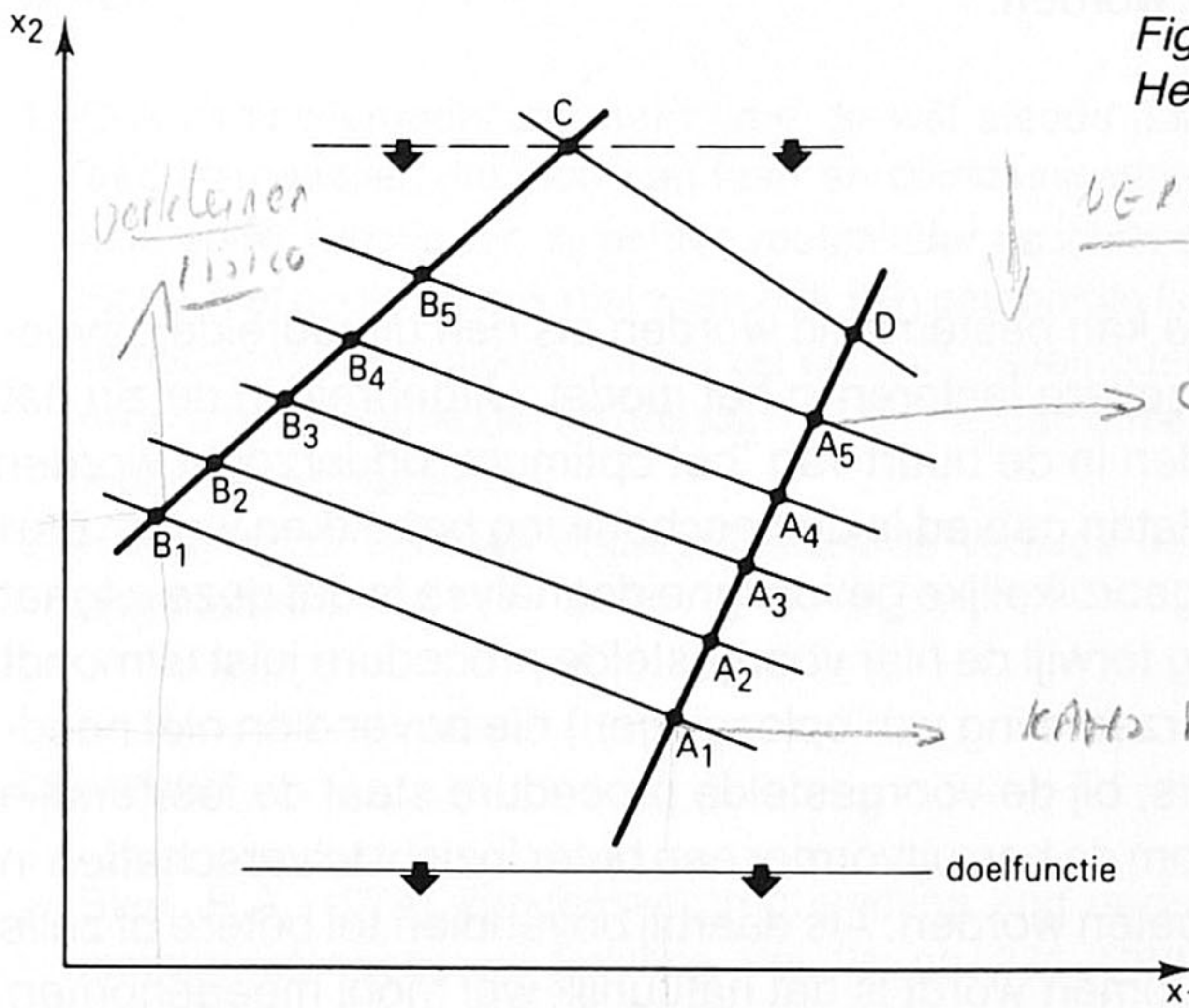
### 3. Het spel met de kansrestricties

Uitgegaan wordt van een in programmeringsvorm gegoten financieel planningsmodel, waarvan een aantal van de beperkende factoren stochastisch zijn. Het kan zijn dat voor één of meer van deze factoren een betrouwbare waarschijnlijkheidsverdeling beschikbaar is maar dit wordt niet als eis gesteld. Net als bij chance-constrained programming wordt in de hier voorgestelde procedure met de onzekere factoren rekening gehouden door het formuleren van kansrestricties. Anders dan bij chance-constrained programming worden de kansrestricties echter niet van te voren op basis van de tolerantieparameters  $\alpha$  vastgesteld, maar worden per onzekere factor verschillende kansrestricties uitgeprobeerd. Tenslotte wordt per onzekere factor de kansrestrictie gekozen die, in samenhang met de waarden van de andere beleidsparameters, in de ogen van de besluitvormer het meest veelbelovend lijkt.

In de eerste stap van de procedure wordt per onzekere factor een kansrestrictie vastgesteld zodanig dat er een zeer hoge kans is dat de restrictie geschonden zal worden. In deze stap wordt tevens nagegaan wat, gegeven de gekozen kansrestricties, de optimale waarde van de doelstellingsfunctie is. Het ligt voor de hand



dat het optimum er in deze eerste stap zeer goed uitziet maar tegelijkertijd een bijzonder lage kans van slagen heeft. Ook wordt in deze stap nagegaan in welke mate elk van de kansrestricties afzonderlijk, onder handhaving van de overige kansrestricties, verschoven kan worden.<sup>2</sup> Door het verschuiven van een kansrestrictie wordt de kans, dat deze geschonden wordt, verkleind. Dat is precies wat in de tweede en volgende stappen van de procedure gebeurt. Daarin worden de kansrestricties successievelijk aangeschroefd, waarbij de kans op schending van de kansrestricties afneemt. Het aanschroeven van een kansrestrictie heeft zijn prijs: door het inperken van het toegelaten gebied is het zeer wel denkbaar dat de waarde van de doelfunctie en/of de maximaal realiseerbare verschuiving van de andere kansrestricties afneemt. Daarom wordt in elke stap (d.w.z. bij elke verschuiving van één of meerdere kansrestricties) nagegaan in hoeverre de optimale doelwaarde en de maximaal realiseerbare verschuiving van de andere kansrestricties afnemen. Het verdient aanbeveling de keuze van de veranderingen die achtereenvolgens in de verschillende kansrestricties aangebracht worden systematisch te laten verlopen. Een procedure die daarvoor gebruikt kan worden is die van interactieve doelprogrammering (IMGP, zie Spronk 1981), waarin tussen verschillende combinaties van doelvariabelen gekozen wordt door het opleggen en systematisch aanpassen van minimumeisen aan de respectievelijke doelvariabelen. Er is natuurlijk een sterke overeenkomst tussen het vastpinnen van een aantal kansrestricties (en daarmee van de risico's die men wenst te lopen) en het vastpinnen van de waarden van een aantal conflicterende doelvariabelen. Een belangrijk verschil is echter dat men bij het bepalen van de plaats van een kansrestrictie niet alleen een uitspraak over zijn preferenties doet maar tevens ook over de waarschijnlijkheid die men toekent aan de mogelijkheid dat de betreffende kansrestrictie geschonden wordt.



Figuur 1  
Het spel met de kansrestricties

VERBETEREN DOELWAARDE

CONSERVATIEF KANSPEKOR  
ZEER KLEIN  
KLEIN RISICO

KANS TE KLEIN ZEER GROOT: GROOT RISICO



Ter illustratie geven wij in figuur 1 een eenvoudig voorbeeld. De verzameling beleidsalternatieven in dit voorbeeld wordt omschreven door de deterministische randvoorwaarden  $B_1C$ ,  $CD$  en  $A_1D$  en door een nog vast te leggen kansrestrictie  $A_iB_i$  die gerelateerd is aan een bepaalde hulpbron. Als we er vrij zeker van willen zijn dat er voldoende van deze hulpbron beschikbaar zal zijn, dan gaan we in het model uit van een 'conservatieve' kansrestrictie als  $A_5B_5$ , waarbij de kans van een tekort bijzonder klein is. We kunnen ook meer risico nemen en grotere kansen op tekorten accepteren. Dan kiezen we bijvoorbeeld voor de kansrestrictie  $A_4B_4$ ,  $A_3B_3$ ,  $A_2B_2$  of zelfs  $A_1B_1$ . Zoals gezegd wegen we de locatie van een kansrestrictie af tegen de plaats van de andere kansrestricties (en de daarmee gepaard gaande risico's) en tegen de doelfunctiewaarde die bij die kansrestricties haalbaar zijn. In de voorgestelde interactieve procedure zal in de eerste iteratie een zeer ruime randvoorwaarde op de doelfunctie gezet worden (bijvoorbeeld die door punt C) en een zeer ruime kansrestrictie (met een hoge kans van overschrijding bijvoorbeeld  $A_1B_1$ ) gekozen worden. Met deze restrictie op de doelfunctie en met de kansrestrictie zijn we 'verzekerd' van beleidsalternatieven die een betere doelwaarde hebben dan alternatief C en een mogelijk hoge kans van mislukken hebben. Er zijn gelukkig betere condities te verkrijgen! Immers, gegeven de restrictie op de doelwaarde en gegeven de kansrestrictie is enerzijds een verbetering van de doelwaarde mogelijk tot die van alternatief  $A_1$  en zijn anderzijds alternatieven voorhanden met een lager risico dan die van alternatief  $A_5$  of  $B_5$ . Het is nu aan de besluitvormer om zijn voorwaarden te stellen. Eerst een betere doelwaarde of eerst een lager risico? Hij kan het rustig zeggen. De consequenties van een verschuiving van de kansrestrictie of van de minimaal geëiste doelwaarde zijn snel uitgerekend. En als deze consequenties de besluitvormer niet aanstaan kan de voorgestelde verschuiving van de restrictie weer geheel of gedeeltelijk teruggedraaid worden.

#### 4. Evaluatie

De voorgestelde procedure kan bestempeld worden als een uitgebreide gevoeligheidsanalyse van de onzekere factoren in het model. Uitgebreid in de zin dat niet alleen de gevoeligheden in de buurt van 'het optimum' onderzocht worden maar dat het gehele toegelaten gebied in de beschouwing betrokken wordt. Een belangrijk verschil met de gebruikelijke gevoeligheidsanalyse is dat deze uitgaat van een optimale oplossing terwijl de hier voorgestelde procedure juist uitmond in een eindoplossing (of verzameling van oplossingen) die bovendien niet noodzakelijk optimaal is. Immers, bij de voorgestelde procedure staat de leerfunctie voorop. Het gaat er vooral om de besluitvormer een beter inzicht te verschaffen in de keuzen die gemaakt moeten worden. Als daarbij bovendien tot betere of zelfs 'optimale' oplossingen gekomen wordt is dat natuurlijk wel mooi meegenomen.

m/2  
 $A_1/B_1$   
 zie schema



Het is niet noodzakelijk een waarschijnlijkheidsverdeling of een nutsfunctie te expliciteren. Is dergelijke informatie wel voorhanden dan kan deze echter nuttig gebruikt worden. In de meeste gevallen zal de informatie niet of in slechts weinig betrouwbare vorm beschikbaar zijn. In de voorgestelde procedure behoeft de besluitvormer slechts in beperkte mate informatie over zijn waarschijnlijkheidsoordeel en over zijn preferenties bloot te geven. Dat kan bovendien impliciet gebeuren via het oordeel over de plaats van de kansrestricties. Met de keuze voor een bepaalde kansrestrictie doet de besluitvormer immers een uitspraak over de kans dat de kansrestrictie overschreden wordt en over het ongenoegen dat met een dergelijke overschrijding gepaard gaat. Opmerkelijk is dat het oordeel over de onzekerheid en de risicohouding simultaan tot uitdrukking gebracht worden. Toch is dat in de praktijk bepaald niet ongewoon. Zo wordt in vele gevallen waarin sprake is van delegatie van bevoegdheden, de speelruimte van de gelastigde impliciet beschreven door randvoorwaarden. Het gebruik van budgetten is hiervan een duidelijk voorbeeld. Daarnaast blijkt uit talloze experimenten met betrekking tot besluitvorming in onzekere situaties dat aspiratieniveau's van dit soort een duidelijke rol spelen (zie bijv. Payne et al. 1980 en Tietz 1983). Zoals gezegd beoogt de gepresenteerde procedure geen optimale oplossingen te garanderen. Het gaat er veeleer om een relatief eenvoudig leermiddel te verschaffen aan besluitvormers in de onzekere wereld van de financiële planning. Of een leermiddel de moeite waard is kan alleen blijken door het te gebruiken. Slechts dan kan men zien of de besluitvormer tot inzichten komt welke hij zonder het leermiddel niet gekregen zou hebben. Gezien de ervaringen met soortgelijke leermiddelen zien wij een dergelijke toets met vertrouwen tegemoet.

## Noten

1. Ook simulatiemodellen, met name de wèl steeds populairder wordende financiële bedrijfsmodellen, kunnen een leer- en communicatiefunctie vervullen. Voor de 'verkenkende' functie zijn zij echter veel minder geschikt dan programmeringsmodellen. Het is niet nodig en ook niet wenselijk een categorale keuze voor één van beide typen benaderingen te maken. Soms zal een simulatiemodel het beste voldoen, soms een programmeringsmodel en ook kan het zin hebben om een combinatie van beide typen modellen te hanteren.
2. Hierbij wordt ook een ondergrenswaarde voor de doelstellingsfunctie als restrictie opgenomen.

## Literatuur

- Blau, R.A. 1974, 'Stochastic programming and decision analysis: an apparent dilemma', *Management Science*, Vol. 21, pp. 271-276(C).



- Charnes, A. en W.W. Cooper, 1959, 'Chance-constrained programming', *Management Science*, Vol. 6, pp. 73-80.
- Diepenhorst, A.I., 1951, *Het element der onzekerheid in de bedrijfseconomische problematiek*, Noord-Hollandsche Uitgevers Maatschappij, Amsterdam.
- Lourens, P.F., 1984, *The formalization of knowledge by specification of subjective probability distributions*, Proefschrift RU Groningen.
- Payne, J.W., D.J. Laughunn en R. Crum, 1980, 'Translation of gambles and aspiration level effects in risky choice behavior', *Management Science*, Vol. 26, pp. 1039-1060.
- Spronk, J., 1981, *Interactive multiple goal programming, applications to financial planning*, Martinus Nijhoff, Boston.
- Tietz, R., 1983, 'Aspiration-oriented decision making', in R. Tietz (ed.), *Aspiration levels in bargaining and economic decision-making*, Springer, Berlin.
- Winkler, R.L., 1982, 'Research directions in decision making under uncertainty', *Decision Sciences*, Vol. 13, pp. 517-533.