

# Logisch Pluralisme en Informatie

Patrick Allo\*

Centrum voor Logica en Wetenschapsfilosofie  
Vrije Universiteit Brussel  
patrick.allo@vub.ac.be

Ondanks recente aandacht voor het veelzijdige karakter van het concept semantische informatie (Floridi, 2004), blijven de meeste pogingen om dit begrip te formaliseren (Carnap & Bar-Hillel, 1952) binnen het kader van het logisch monisme steken (de idee dat er slechts één ware logica is). Het doel van deze bijdrage is om een aanpak te formuleren die uitgaat van het zogenaamde logisch pluralisme (Beall & Restall, 2000). Dit alternatief is bedoeld als een minder dogmatische aanpak van logica en informatie en sluit bovendien beter aan bij het dagelijks gebruik van de term informatie.

## Logisch Pluralisme

Het logisch pluralisme, zoals het door Beall en Restall verdedigd wordt, onderscheidt zich van een aantal bekendere, maar minder radicale pluralismen. In plaats van in te gaan op deze andere visies, zoals instrumentele visies op logica of Carnap's tolerantieprincipe, is het nuttiger om onmiddellijk een precieze omschrijving te geven van het logisch pluralisme dat het uitgangspunt van dit betoog vormt.

Logica, aldus Beall en Restall, heeft de uitwerking van ons pre-theoretisch inzicht in de logische gevolgtrekking (logical consequence) als doel. Binnen de standaard-aanpak wordt wat het betekent om *een logisch gevolg te zijn van ...*, gedefinieerd als waarheidsbehoud voor alle gevallen. Het wordt door volgend principe uitgedrukt:

(V) Een conclusie  $A$  volgt uit een premisse-verzameling  $\Sigma$  als en slechts dan als, elk *geval* waarin alle premisses in  $\Sigma$  waar zijn, ook een *geval* is waarin  $A$  waar is.

Deze omschrijving – die sinds Tarski tot de orthodoxie is gaan behoren – volstaat echter niet om een precies logisch systeem te definiëren. Ondanks de traditionele gelijkstelling van het ambigue 'geval' uit de voorgaande definitie met volledige en consistente modellen (zgn. Tarskiaanse Modellen), volgt deze unieke keuze niet noodzakelijk uit (V). Het logisch pluralisme verzet zich tegen deze naïeve interpretatie en stelt dat er minstens drie invullingen aan de term *geval* kunnen gegeven worden. De eerste is de meest bekende. Nemen we volledige en consistente modellen, dan bekomen we klassieke logica (CL). Verkiest men daarentegen constructies (mogelijk onvolledig, maar zeker consistent) of situaties (mogelijk onvolledig en mogelijk inconsistent), dan bekomt men respectievelijk intuitionistische (IL) of relevante logica (RL). Hoe de verschillende logica's zich tot mekaar verhouden, komt best tot uiting in onderstaand overzicht.

THEOREMA	CL	IL	RL
$p \vee \sim p$ (uitgesloten derde)	✓		0/✓
$q \rightarrow (p \vee \sim p)$ (irrelevantie)	✓		
$(p \wedge \sim p) \rightarrow q$ (ex falso)	✓	✓	
$\sim \sim p \rightarrow p$ (dubbele negatie eliminatie)	✓		✓

Nu zou het logisch pluralisme makkelijk gereduceerd kunnen worden tot de triviale opmerking dat

---

\*Aspirant van het Fonds voor Wetenschappelijk Onderzoek – Vlaanderen.

er *natuurlijk* meerdere logische systemen bestaan. En dit is ook ten dele wat een logisch monist zal doen: een onderscheid maken tussen de ene ware Logica en de vele logische systemen. Ter verdediging voert de logisch pluralist echter aan dat met geen van voorgaande, elk nochtans natuurlijke invullingen van (V), alles gezegd is. Logisch gevolg omvat meer dan een unieke logica kan bevatten, en dit betekent het einde van de illusie dat er een unieke ware logica bestaat.

Een eerste argument ten voordele van een pluralistische visie op logica, steunt op hun onderlinge herleidbaarheid. Enerzijds is elk model zowel een constructie als een situatie, en anderzijds is elk intuitionistisch of relevant theorema ook een klassiek theorema. Met andere woorden, de verschillende logica's die de pluralist erkent kunnen naast mekaar blijven bestaan. Ze spreken mekaar in zekere zin tegen, maar sluiten mekaar niet uit! In deze herleidbaarheid, die de pluralist als een voordeel beschouwt, meent de logisch monist opnieuw een argument voor een unieke logica te onderkennen. Men kiest gewoon de meest algemene aanpak. Dat is, afhankelijk van de invulling, de relevante (het meest algemene 'geval') of de klassieke logica (alle theorema's).

Als antwoord hierop, en dit is het tweede argument, halen logisch pluralisten het problematische disjunctief syllogisme (DS) aan. Een principe waarover relevante en klassieke logica het radicaal oneens zijn, maar dat volgens Beall en Restall zowel correct als verwerpelijk is. Ondanks het ogenschijnlijk zwakke argument dat DS klassiek geldig is terwijl het relevant ongeldig is, heeft het in haar model-theoretische formulering een duidelijke overtuigingskracht (In deze context is het niet mogelijk in te gaan op de formele kracht van dit argument, noch op haar critici. Voor het eerste beperken we ons ertoe te vermelden dat de consistentie van een situatie niet zonder meer als een premisse kan worden ingebracht (Mares, 2004: 10.5), voor het tweede verwijzen we de lezer naar het werk van Stephen Read (o.m. Read, 2004). Er valt weinig in te brengen tegen de overweging dat in elk volledig en consistent model  $A \vee \neg A$  waar is, terwijl er inconsistente situaties *bestaan* waarvoor dit niet opgaat (nl. waar  $A$  en  $\neg A$  waar zijn). Indien men aanvaardt dat (V) geen keuze maakt tussen modellen en situaties, dan is er bijgevolg geen apriori reden om DS wel of niet te aanvaarden.

Deze visie sluit niet uit dat men onder bepaalde omstandigheden de ene logica boven de andere zou verkiezen. De logisch pluralist beweert alleen dat er geen criteria bestaan om in alle omstandigheden deze of gene logica als absoluut geldig te aanvaarden.

### Wat is Informatief?

Dat ons inzicht in zowel semantische informatie als informatief zijn niet los van de keuze van een logisch systeem staat, blijkt uit de manier waarop deze gedefinieerd worden. Onder semantische informatie verstaan we informatie als inhoud, of preciezer: welgevormde en betekenisvolle data – twee criteria die bij de syntax en semantiek van formele talen aansluiten.

De notie informatie-inhoud, steunt van haar kant explicieter op het gebruik van logische systemen. Als voorbeeld hiervan halen we Carnap en Bar-Hillel's formalisering van semantische informatie aan (Carnap & Bar-Hillel, 1952). Deze steunt op het principe dat informatie-inhoud bepaald wordt in functie van de uitgesloten toestandsbeschrijvingen en maakt voor de formele uitwerking gebruik van Carnap's logische probabiliteiten.

#### DEFINITIE 1 (INFORMATIE-INHOUD)

$$\begin{aligned} \text{CONT}(\phi) &= 1 - P(\phi) && (\approx \text{uitgesloten toestandsbeschrijvingen}) \\ \text{CONT}(\phi | \psi) &= 1 - P(\phi | \psi) && (\text{informatie-inhoud van } \phi \text{ gegeven dat } \psi) \end{aligned}$$

#### PROPOSITIE 1.1 (MINIMALE EN MAXIMALE INHOUD)

$$\begin{aligned} \text{CONT}(\phi) = \text{MIN} & \quad \text{alss} \quad \top \Rightarrow \phi && (\phi \text{ is een tautologie}) \\ \text{CONT}(\phi | \psi) = \text{MIN} & \quad \text{alss} \quad \psi \Rightarrow \phi && (\phi \text{ is een logisch gevolg van } \psi) \\ \text{CONT}(\phi) = \text{MAX} & \quad \text{alss} \quad \phi \Rightarrow \perp && (\phi \text{ is een contradictie}) \end{aligned}$$

Los van het zuiver klassieke karakter van deze formalisering (toestandsbeschrijvingen zijn syntactische beschrijvingen van volledige en consistente modellen), kan hieruit besloten worden dat een zin slechts informatief is (d.i. meer dan minimale informatie-inhoud heeft) voor zover ze buiten het bereik van de logica ligt.

Het logisch pluralisme indachtig, ligt het voor de hand om ook een pluralistische invulling van semantische informatie en informatie-inhoud uit te werken. De reden daartoe is evident, het volgt zonder meer uit het logisch pluralisme. De formele uitwerking is evenwel complexer.

### Pluralisme en Semantische Informatie

Om de thesis van het informationeel pluralisme los van het logisch pluralisme op te bouwen, hebben we in de eerste plaats een algemeen principe voor informatie-inhoud nodig. Deze tegenhanger van het logische principe (V) vinden we in het *Inverse Relationship Principle*:

Whenever there is an increase in available information there is a decrease in possibilities, and vice versa. (Barwise, 1997: 491)

Interpreteert men nu 'possibilities' op dezelfde wijze als de term 'geval', dan bekomt men niet één, maar minstens drie maatstaven voor informatie-inhoud. De impact en noodzaak van zo'n pluralistische interpretatie hiervan wordt aan de hand van 2 voorbeelden geïllustreerd.

#### ***Voorbeeld 1: Pluralisme in Communicatie***

In een eerste voorbeeld voeren we twee actoren op: Bertie, een klassieke actor, en Bertus, een intuitionistische. Wanneer nu Bertie aan Bertus meedeelt dat  $p \sqsubseteq p$ , dan moeten we dit anders inschatten dan wanneer Bertus diezelfde boodschap aan Bertie overbrengt.

Het onderscheid kunnen we als volgt uitleggen. Wanneer Bertie  $p \sqsubseteq p$  meedeelt, zegt hij hoogstens dat voor elk model geldt dat het ofwel  $p$  ofwel  $\neg p$  waar maakt. Door dit te zeggen, sluit Bertie geen enkele voor hem relevante mogelijkheid uit. Wanneer Bertus diezelfde uitspraak doet, dan sluit hij wel degelijk iets uit, met name elke constructie waarin noch  $p$  noch  $\neg p$  aangetoond worden. Pluralisme volgt in dit voorbeeld uit het feit dat de informatie-inhoud van een bericht louter beoordeeld wordt op basis van wat het bericht zelf uitsluit. Voor de eerste versie betekent dit dat Bertus  $p \sqsubseteq p$  als oninformatief evalueert, ook al beschouwt hij het zelf niet als een tautologie. De tweede versie is net omgekeerd. Bertie beoordeelt  $p \sqsubseteq p$  als informatief, ook al kan  $p \sqsubseteq p$  klassiek gezien nooit onwaar kan zijn. Niettemin is Bertus' bericht niet nutteloos  $p \sqsubseteq p$  voor Bertie, het leert hem dat Bertus' constructie  $p$  beslist.

Formeel kan het onderscheid ook zo bekeken worden: de onvolledige informatie van een klassieke actor wordt weergegeven door de mogelijkheid van meerdere modellen, die van een intuitionistische actor door de onvolledigheid van een constructie (i.e. de mogelijkheid om de actuele constructie op meerdere manieren te vervolledigen). Hierdoor is de sequent  $\varphi \sqsubseteq \psi \sqsubseteq \varphi$ ,  $\psi$  enkel klassiek geldig, maar niet intuitionistisch. Anders gezegd, wanneer zij  $\varphi \sqsubseteq \psi$  beweren, moet Bertus één van beide disjuncten bevestigen, terwijl Bertie slechts gebonden is om nooit beide te ontkennen.

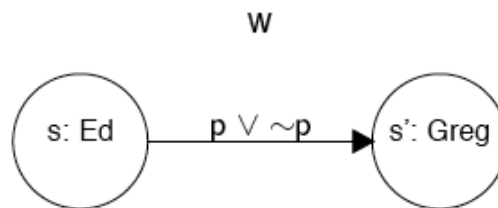
Een voor de hand liggend tegenargument bestaat erin te ontkennen dat beide berichten echt identiek zijn. Het verschil in informatie-inhoud wordt in dat geval gereduceerd tot een verschil in taal en betekenis en de correcte inschatting van de werkelijke informatie-inhoud door beide actoren volgt dan van haar kant eenvoudigweg uit de correcte vertaling ervan.

Deze procedure blijkt slechts voor het halve verhaal op te gaan. Voor de eerste helft bekomt men het volgende: Bertus interpreteert Bertie's  $p \sqsubseteq \neg p$  als  $\Box \Box (p \sqsubseteq \Box p)$  en besluit daaruit correct dat Bertie's bericht oninformatief was. De accuraatheid van Bertus' interpretatie kan dan als volgt

aangetoond worden. Stel dat Bertus ter bevestiging  $\Box\Box(p \Box \Box p)$  naar Bertie terugstuurt, dan zal hij dit als zijn bericht herkennen (Bertie kan geen onderscheid maken tussen  $\phi$  en  $\Box\Box\phi$ . Voor de andere richting is zo'n vertaling niet beschikbaar, Bertie kan onmogelijk  $(p \Box \Box p)$  zo vertalen dat het informatief wordt. Tenzij hij er een pluralistische visie op logica op nahoudt – precies wat we hier willen aantonen!

**Voorbeeld 2: Pluralisme en Lokale Informatie**

Terwijl in het vorige voorbeeld het pluralisme volgde uit een verschil in logica bij zender en ontvanger, volgt het in dit voorbeeld uit een verschil in *context*, zij het dan in een niet-pragmatische betekenis. Anders gezegd: een verschil in perspectief bij de ontvanger leidt enerzijds tot een verschil in logica en anderzijds tot een verschil in informatie-inhoud. Dit voorbeeld sluit bovendien nauw aan bij de pluralistische interpretatie van relevante logica die Beall en Restall voorstaan.



Veronderstel hiervoor dat Ed (in situatie *s*) het bericht dat  $(p \Box \Box p)$  naar Greg (zelf in situatie *s*) zendt. Gezien situaties niet noodzakelijk alles beslissen, is vanuit Greg's perspectief dit bericht waarlijk informatief. Het bericht  $(p \Box \Box p)$  brengt de informatie over dat *p* beslist wordt door situatie *s*, het sluit met andere woorden alle alternatieve situaties uit die *p* onbepaald laten. Desondanks – en dit is even correct – kan geoordeeld worden dat  $(p \Box \Box p)$  geen enkel volledig geval uitsluit. Als propositie valt het samen met alle mogelijke werelden. Deze tweede evaluatie is gebaseerd op globale informatie-inhoud, het externe perspectief van *w* waarbij enkel volledige en consistente gevallen in overweging genomen worden.

Het pluralisme dat in dit voorbeeld tot uiting komt, is hetvolgende: de informatie-inhoud van een bericht moet anders bepaald worden wanneer het lokaal wordt geëvalueerd, dan wanneer het globaal wordt geëvalueerd. Naar analogie met de argumentatie van de logisch pluralist kan noch het lokale, noch het globale perspectief aanspraak maken op het vatten van de ene ware inschatting van de informatiewaarde van  $(p \Box \Box p)$ . Ook hier is het zo dat beide perspectieven, hoewel ze het oneens zijn over de informatiewaarde van  $(p \Box \Box p)$ , mekaar niet uit sluiten.

**Besluit**

Tot slot enkele afsluitende bemerkingen. Hoewel uit beide voorbeelden, en in het bijzonder het laatste, duidelijk blijkt dat het logisch pluralisme van Beall en Restall een goed gemotiveerde informationele tegenhanger heeft, is nog lang niet alles gezegd. Gezien de beperkte ruimte kan er echter niet ingegaan worden op andere aspecten van de uitwerking van pluralistische invulling van informatie-inhoud. Volgende punten zijn evenwel het vermelden waard: (i) logisch pluralisme leidt tot een dieper inzicht in wat het betekent om informatief te zijn, in het bijzonder dan voor de randgevallen van de logische waarheden en de contradicties; (ii) het dwingt ons om een duidelijk onderscheid te maken tussen informatie-inhoud en betekenis; en (iii) het maakt duidelijk dat verschillende logica's soms beter benaderd wordt op basis van hun scheidend vermogen, dan op basis van hun theorema's.

**REFERENTIES**

Allo, P., 2005, Formalising Semantic Information. Lessons from Logical Pluralism, *Third European Conference on Philosophy and Computing*, Västerås, Sweden.

- Barwise, J., 1997, Information and Impossibilities, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 38(4): 488–515.
- Beall, J.C. & Restall, G., 2000, Logical Pluralism, *Australasian Journal of Philosophy*, 78: 475–493.
- Carnap, R. & Bar-Hillel, Y., 1952, An Outline of a Theory of Semantic Information, MIT, Cambridge, Massachusetts, Technical Report 247. [Herdruckt in: Bar-Hillel, Y., 1964, *Language and Information. Selected Essays on Their Theory and Application*, Addison-Wesley, London.]
- Floridi, L., 2004, Information, in: *The Blackwell Guide to the Philosophy of Computing and Information*, Floridi, L., ed., Blackwell Publishing, Oxford: 40–61.
- Mares, E., 1997, Relevant Logic and The Theory of Information, *Synthese*, 109(3): 345–360.
- Mares, E., 2004, *Relevant Logic. A Philosophical Interpretation*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Read, S., 2004, In Defence of the Dog: Response to Restall, in: *Logic, Epistemology, and the Unity of Science*. Rahman, Symons, Gabbay & Van Bendegem, eds., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht: 175–180.